

八年级数学（下册）知识点总结

第十六章 二次根式

1. 二次根式概念：式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 叫做二次根式。

2. 最简二次根式：必须同时满足下列条件：

(1)被开方数中不含开方开的尽的因数或因式； (2)被开方数中不含分母； (3)分母中不含根式。

3. 同类二次根式：

二次根式化成最简二次根式后，若被开方数相同，则这几个二次根式就是同类二次根式。

4. 二次根式的性质：

$$(1) (\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0); \quad (2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0); \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

5. 二次根式的运算：

(1) 因式的外移和内移：如果被开方数中有的因式能够开得尽方，那么，就可以用它的算术根代替而移到根号外面；如果被开方数是代数和的形式，那么先解因式，变形为积的形式，再移因式到根号外面，反之也可以将根号外面的正因式平方后移到根号里面。

(2) 二次根式的加减法：先把二次根式化成最简二次根式再合并同类二次根式。

(3) 二次根式的乘除法：二次根式相乘（除），将被开方数相乘（除），所得的积（商）仍作积（商）的被开方数并将运算结果化为最简二次根式。

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0); \quad \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (b \geq 0, a > 0).$$

(4) 有理数的加法交换律、结合律，乘法交换律及结合律，乘法对加法的分配律以及多项式的乘法公式，都适用于二次根式的运算。

△ 比较数值的方法

(1)、根式变形法

当 $a > 0, b > 0$ 时，①如果 $a > b$ ，则 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ；②如果 $a < b$ ，则 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 。

(2)、平方法

当 $a > 0, b > 0$ 时，①如果 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ；②如果 $a^2 < b^2$ ，则 $a < b$ 。

(3)、分母有理化法

通过分母有理化，利用分子的大小来比较。

例 3、比较 $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 的大小。

(4)、分子有理化法

通过分子有理化，利用分母的大小来比较。

例 4、比较 $\sqrt{15} - \sqrt{14}$ 与 $\sqrt{14} - \sqrt{13}$ 的大小。

(5)、倒数法

例 5、比较 $\sqrt{7}-\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{6}-\sqrt{5}$ 的大小。

例 6、比较 $\sqrt{7}+3$ 与 $\sqrt{87}-3$ 的大小。

第十七章 勾股定理

1. 勾股定理: 如果直角三角形的两直角边长分别为 a, b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$ 。

2. 勾股定理逆定理: 如果三角形三边长 a, b, c 满足 $a^2+b^2=c^2$, 那么这个三角形是直角三角形。

3. 经过证明被确认正确的命题叫做定理。

我们把题设、结论正好相反的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题, 那么另一个叫做它的逆命题。(例: 勾股定理与勾股定理逆定理)

4. 直角三角形的性质

(1)、直角三角形的两个锐角互余。可表示如下: $\angle C=90^\circ \Rightarrow \angle A+\angle B=90^\circ$

(2)、在直角三角形中, 30° 角所对的直角边等于斜边的一半。

$$\left. \begin{array}{l} \angle A=30^\circ \\ \text{可表示如下:} \\ \angle C=90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow BC = \frac{1}{2} AB$$

(3)、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

$$\left. \begin{array}{l} \angle ACB=90^\circ \\ \text{可表示如下:} \\ \text{D 为 AB 的中点} \end{array} \right\} \Rightarrow CD = \frac{1}{2} AB = BD = AD$$

5. 摄影定理

在直角三角形中, 斜边上的高线是两直角边在斜边上的摄影的比例中项, 每条直角边是它们在斜边上的摄影和斜边的比例中项

$$\left. \begin{array}{l} \angle ACB=90^\circ \\ CD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AC^2 = AD \cdot AB \\ BC^2 = BD \cdot AB \end{array} \right\} \begin{array}{l} CD^2 = AD \cdot BD \\ BC^2 = BD \cdot AB \end{array}$$

6. 常用关系式

由三角形面积公式可得: $AB \cdot CD = AC \cdot BC$

7. 直角三角形的判定

1、有一个角是直角的三角形是直角三角形。

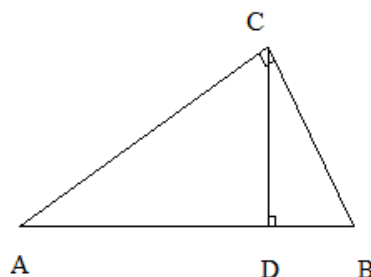
2、如果三角形一边上的中线等于这边的一半, 那么这个三角形是直角三角形。

3、勾股定理的逆定理: 如果三角形的三边长 a, b, c 有关系 $a^2+b^2=c^2$, 那么这个三角形是直角三角形。

8. 命题、定理、证明

1、命题的概念

判断一件事情的语句, 叫做命题。



理解：命题的定义包括两层含义：

- (1) 命题必须是个完整的句子；
- (2) 这个句子必须对某件事情做出判断。

2、命题的分类（按正确、错误与否分）

命题 $\left\{ \begin{array}{l} \text{真命题（正确的命题）} \\ \text{假命题（错误的命题）} \end{array} \right.$

所谓正确的命题就是：如果题设成立，那么结论一定成立的命题。

所谓错误的命题就是：如果题设成立，不能证明结论总是成立的命题。

3、公理

人们在长期实践中总结出来的得到人们公认的真命题，叫做公理。

4、定理

用推理的方法判断为正确的命题叫做定理。

5、证明

判断一个命题的正确性的推理过程叫做证明。

6、证明的一般步骤

- (1) 根据题意，画出图形。
- (2) 根据题设、结论、结合图形，写出已知、求证。
- (3) 经过分析，找出由已知推出求证的途径，写出证明过程。

9、三角形中的中位线

连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

- (1) 三角形共有三条中位线，并且它们又重新构成一个新的三角形。
- (2) 要会区别三角形中线与中位线。

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半。

三角形中位线定理的作用：

位置关系：可以证明两条直线平行。

数量关系：可以证明线段的倍分关系。

常用结论：任一个三角形都有三条中位线，由此有：

结论 1：三条中位线组成一个三角形，其周长为原三角形周长的一半。

结论 2：三条中位线将原三角形分割成四个全等的三角形。

结论 3：三条中位线将原三角形划分出三个面积相等的平行四边形。

结论 4：三角形一条中线和与它相交的中位线互相平分。

结论 5：三角形中任意两条中位线的夹角与这夹角所对的三角形的顶角相等。

10、常用公式

$$\text{平方差公式: } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \qquad a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

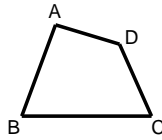
$$\text{完全平方公式: } (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

第十八章 平行四边形

性质及判定

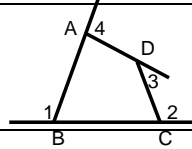
1. 四边形的内角和与外角和定理:

- (1) 四边形的内角和等于 360° ;
- (2) 四边形的外角和等于 360° .



2. 多边形的内角和与外角和定理:

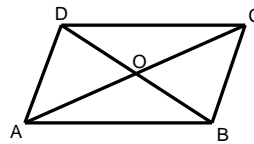
- (1) n 边形的内角和等于 $(n-2)180^\circ$;
- (2) 任意多边形的外角和等于 360° .



3. 平行四边形的性质:

因为 ABCD 是平行四边形 \Rightarrow {

- (1) 两组对边分别平行;
- (2) 两组对边分别相等
- (3) 两组对角分别相等;
- (4) 对角线互相平分;
- (5) 邻角互补.

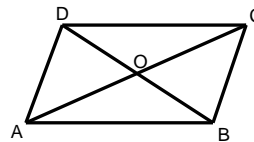


4. 平行四边形的判定:

{

- (1) 两组对边分别平行
- (2) 两组对边分别相等
- (3) 两组对角分别相等
- (4) 一组对边平行且相等
- (5) 对角线互相平分

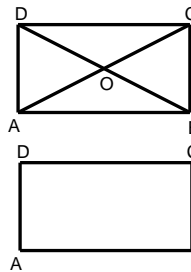
\Rightarrow ABCD 是平行四边形.



5. 矩形的性质:

因为 ABCD 是矩形 \Rightarrow {

- (1) 具有平行四边形的所有通性;
- (2) 四个角都是直角
- (3) 对角线相等

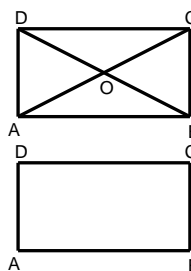


6. 矩形的判定:

{

- (1) 平行四边形 + 一个直角
- (2) 三个角都是直角
- (3) 对角线相等的平行四边形

\Rightarrow 四边形 ABCD 是矩形.

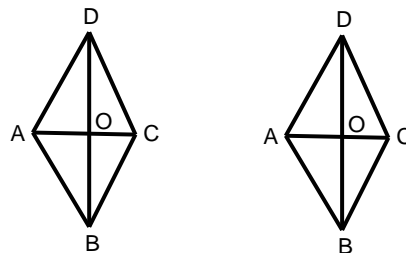


7. 菱形的性质:

因为 ABCD 是菱形

\Rightarrow {

- (1) 具有平行四边形的所有通性;
- (2) 四个边都相等;
- (3) 对角线垂直且平分对角.



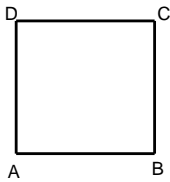
8. 菱形的判定:

- (1) 平行四边形 + 一组邻边等
 (2) 四个边都相等
 (3) 对角线垂直的平行四边形
- } ⇒ 四边形 ABCD 是菱形.

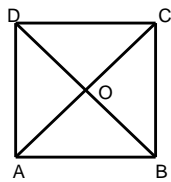
9. 正方形的性质:

因为 ABCD 是正方形

- ⇒ { (1) 具有平行四边形的所有通性;
 (2) 四个边都相等, 四个角都是直角;
 (3) 对角线相等垂直且平分对角.



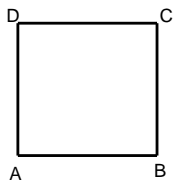
(1)



(2) (3)

10. 正方形的判定:

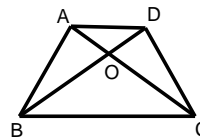
- (1) 平行四边形 + 一组邻边等 + 一个直角
 (2) 菱形 + 一个直角
 (3) 矩形 + 一组邻边等
- } ⇒ 四边形 ABCD 是正方形.



(3) ∵ ABCD 是矩形
 又 ∵ AD=AB
 ∴ 四边形 ABCD 是正方形

11. 等腰梯形的性质:

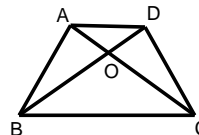
- 因为 ABCD 是等腰梯形 ⇒ { (1) 两底平行, 两腰相等;
 (2) 同一底上的底角相等
 (3) 对角线相等.



12. 等腰梯形的判定:

- (1) 梯形 + 两腰相等
 (2) 梯形 + 底角相等
 (3) 梯形 + 对角线相等
- } ⇒ 四边形 ABCD 是等腰梯形

(3) ∵ ABCD 是梯形且 AD // BC
 ∵ AC=BD
 ∴ ABCD 四边形是等腰梯形

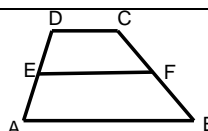


14. 三角形中位线定理:

三角形的中位线平行第三边, 并且等于它的一半.

15. 梯形中位线定理:

梯形的中位线平行于两底, 并且等于两底和的一半.



一 基本概念：四边形，四边形的内角，四边形的外角，多边形，平行线间的距离，平行四边形，矩形，菱形，正方形，中心对称，中心对称图形，梯形，等腰梯形，直角梯形，三角形中位线，梯形中位线。

二 定理：中心对称的有关定理

1. 关于中心对称的两个图形是全等形。

2. 关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过对称中心，并且被对称中心平分。

3. 如果两个图形的对应点连线都经过某一点，并且被这一点平分，那么这两个图形关于这一点对称。

三 面积公式：

1. $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} ab = ch$. (a、b 为菱形的对角线，c 为菱形的边长，h 为 c 边上的高)

2. $S_{\text{平行四边形}} = ah$. a 为平行四边形的边，h 为 a 上的高)

3. $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2} (a+b) h = Lh$. (a、b 为梯形的底，h 为梯形的高，L 为梯形的中位线)

第十九章 一次函数

一. 常量、变量：

在一个变化过程中，数值发生变化的量叫做变量；数值始终不变的量叫做常量。

二、函数的概念：

函数的定义：一般的，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，并且对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量，y 是 x 的函数。

三、函数中自变量取值范围的求法：

(1) 用整式表示的函数，自变量的取值范围是全体实数。

(2) 用分式表示的函数，自变量的取值范围是使分母不为 0 的一切实数。

(3) 用奇次根式表示的函数，自变量的取值范围是全体实数。

用偶次根式表示的函数，自变量的取值范围是使被开方数为非负数的一切实数。

(4) 若解析式由上述几种形式综合而成，须先求出各部分的取值范围，然后再求其公共范围，即为自变量的取值范围。

(5) 对于与实际问题的关系，自变量的取值范围应使实际问题有意义。

四、函数图象的定义：一般的，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么在坐标平面内由这些点组成的图形，就是这个函数的图象。

五、用描点法画函数的图象的一般步骤

1、列表（表中给出一些自变量的值及其对应的函数值。）

注意：列表时自变量由小到大，相差一样，有时需对称。

2、描点：（在直角坐标系中，以自变量的值为横坐标，相应的函数值为纵坐标，描出表格中数值对应的各点。）

3、连线：（按照横坐标由小到大的顺序把所描的各点用平滑的曲线连接起来。）

六、函数有三种表示形式：

(1) 列表法 (2) 图像法 (3) 解析式法

七、正比例函数与一次函数的概念：

一般地，形如 $y=kx$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数叫做正比例函数。其中 k 叫做比例系数。

一般地，形如 $y=kx+b$ (k, b 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数。

当 $b=0$ 时， $y=kx+b$ 即为 $y=kx$ ，所以正比例函数，是一次函数的特例。

八、正比例函数的图象与性质：

(1) 图象：正比例函数 $y= kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的图象是经过原点的一条直线，我们称它为直线 $y= kx$ 。

(2) 性质：当 $k>0$ 时，直线 $y= kx$ 经过第三，一象限，从左向右上升，即随着 x 的增大 y

也增大；当 $k < 0$ 时，直线 $y = kx$ 经过二、四象限，从左向右下降，即随着 x 的增大 y 反而减小。

九、求函数解析式的方法：

待定系数法：先设出函数解析式，再根据条件确定解析式中未知的系数，从而具体写出这个式子的方法。

1. 一次函数与一元一次方程：从“数”的角度看 x 为何值时函数 $y = ax + b$ 的值为 0.
2. 求 $ax + b = 0$ (a, b 是常数, $a \neq 0$) 的解，从“形”的角度看，求直线 $y = ax + b$ 与 x 轴交点的横坐标
3. 一次函数与一元一次不等式：
解不等式 $ax + b > 0$ (a, b 是常数, $a \neq 0$) . 从“数”的角度看， x 为何值时函数 $y = ax + b$ 的值大于 0.
4. 解不等式 $ax + b > 0$ (a, b 是常数, $a \neq 0$) . 从“形”的角度看，求直线 $y = ax + b$ 在 x 轴上方的部分（射线）所对应的的横坐标的取值范围.

十、一次函数与正比例函数的图象与性质

一 次 函 数	
概 念	如果 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$)，那么 y 叫 x 的一次函数. 当 $b = 0$ 时，一次函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 也叫正比例函数.
图 像	一条直线
性 质	$k > 0$ 时， y 随 x 的增大(或减小)而增大(或减小)； $k < 0$ 时， y 随 x 的增大(或减小)而减小(或增大).
直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的位置与 k, b 符号之间的关系.	(1) $k > 0, b > 0$ 图像经过一、二、三象限； (2) $k > 0, b < 0$ 图像经过一、三、四象限； (3) $k > 0, b = 0$ 图像经过一、三象限； (4) $k < 0, b > 0$ 图像经过一、二、四象限； (5) $k < 0, b < 0$ 图像经过二、三、四象限； (6) $k < 0, b = 0$ 图像经过二、四象限.
一次函数表达式的确定	求一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 时，需要由两个点来确定；求正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 时，只需一个点即可.

5. 一次函数与二元一次方程组：

解方程组
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x - b_2y = c_2 \end{cases}$$
 从“数”的角度看，自变量 (x) 为何值时两个函数的值相等. 并求出这个函数值

解方程组
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x - b_2y = c_2 \end{cases}$$
 从“形”的角度看，确定两直线交点的坐标.

第二十章 数据的分析

数据的代表：平均数、众数、中位数、极差、方差

1. 解统计学的几个基本概念

总体、个体、样本、样本容量是统计学中特有的规定，准确把握教材，明确所考查的对象是解决有关总体、个体、样本、样本容量问题的关键。

2. 平均数

当给出的一组数据，都在某一常数 a 上下波动时，一般选用简化平均数公式

$\bar{x} = \bar{x} + a$ ，其中 a 是取接近于这组数据平均数中比较“整”的数；当所给一组数据中有重复多次出现的数据，常选用加权平均数公式。

3. 众数与中位数

平均数、众数、中位数都是用来描述数据集中趋势的量。平均数的大小与每一个数据都有关，任何一个数的波动都会引起平均数的波动，当一组数据中有一个数据太高或太低，用平均数来描述整体趋势则不合适，用中位数或众数则较合适。中位数与数据排列有关，个别数据的波动对中位数没影响；当一组数据中不少数据多次重复出现时，可用众数来描述。

4. 极差

用一组数据中的最大值减去最小值所得的差来反映这组数据的变化范围，用这种方法得到的差称为极差，极差 = 最大值 - 最小值。

5. 方差与标准差

用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，计算公式是

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2];$$

方差是反映一组数据的波动大小的一个量，其值越大，波动越大，也越不稳定或不整齐。