高中数学常用公式

第一部分集合

1. 理解集合中元素的意义 是解决集合问题的关键： 元素是函数关系中自变量的取值？还是因变量的取值？还是曲线上的点？…

2. 数形结合 是解集合问题的常用方法：解题时要尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具，将抽象的代数问题具体化、形象化、直观化，然后利用数形结合的思想方法解决

（3）集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 的子集个数共有 2^n 个；真子集有 $2^n - 1$ 个；非空子集有 $2^n - 1$ 个；

非空真子集有 $2^n - 2$ 个.

4. ϕ是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集 .

第二部分 函数与导数

1. 映射： 注意：①第一个集合中的元素必须有象；②一对一或多对一 .

2. 函数值域的求法： ①分析法 ；②配方法 ；③判别式法 ；④利用函数单调性 ；⑤换元法 ；

⑥利用均值不等式 $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \le \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ ； ⑦利用数形结合或几何意义（斜率、距离、

绝对值的意义等） ；⑧利用函数有界性（ a^x、$\sin x$、$\cos x$ 等）；⑨平方法；⑩ 导数法

3. 复合函数的有关问题 ：

（1）复合函数定义域求法：

① 若 f(x) 的定义域为［a, b］, 则复合函数 f[g(x)] 的定义域由不等式 a ≤ g(x) ≤ b 解出

② 若 f[g(x)] 的定义域为 [a,b], 求 f(x) 的定义域，相当于 x∈[a,b] 时，求 g(x) 的值域 .

（2）复合函数单调性的判定：

①首先将原函数 $y = f[g(x)]$ 分解为基本函数：内函数 $u = g(x)$ 与外函数 $y = f(u)$

②分别研究内、外函数在各自定义域内的单调性

③根据“同性则增，异性则减”来判断原函数在其定义域内的单调性 .

4. 分段函数： 值域（最值）、单调性、图象等问题，先分段解决，再下结论。

5. 函数的奇偶性 ：

⑴函数的定义域关于原点对称是函数具有奇偶性的必要条件

⑵ $f(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow$ $f(-x)=-f(x)$；$f(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow$ $f(-x)=f(x)$.

⑶奇函数 $f(x)$ 在 0 处有定义，则 $f(0)=0$

⑷在关于原点对称的单调区间内：奇函数有相同的单调性，偶函数有相反的单调性

⑸若所给函数的解析式较为复杂，应先等价变形，再判断其奇偶性

6. 函数的单调性：

⑴单调性的定义：

① $f(x)$ 在区间 M 上是增函数 $\Leftrightarrow$ $\forall x_1,x_2\in M$，当 $x_1<x_2$ 时有 $f(x_1)<f(x_2)$；

② $f(x)$ 在区间 M 上是减函数 $\Leftrightarrow$ $\forall x_1,x_2\in M$，当 $x_1<x_2$ 时有 $f(x_1)>f(x_2)$；

⑵单调性的判定：①定义法：一般要将式子 $f(x_1)-f(x_2)$ 化为几个因式作积或作商的形式，以利于判断符号；②导数法（见导数部分）；③复合函数法；④图像法

注：证明单调性主要用定义法和导数法。

7. 函数的周期性：

(1) 周期性的定义：对定义域内的任意 x，若有 $f(x+T)=f(x)$（其中 T 为非零常数），

则称函数 $f(x)$ 为周期函数，T 为它的一个周期。所有正周期中最小的称为函数的最小正周期。如没有特别说明，遇到的周期都指最小正周期。

（2）三角函数的周期：① $y=\sin x:T=2\pi$；② $y=\cos x:T=2\pi$；

③ $y=\tan x:T=\pi$；

④ $y=A\sin(\omega x+\varphi),y=A\cos(\omega x+\varphi):T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$；⑤ $y=\tan\omega x:T=\dfrac{\pi}{|\omega|}$

(3) 与周期有关的结论：

$f(x+a)=f(x-a)$ 或 $f(x-2a)=f(x)(a>0)$ $\Rightarrow$ $f(x)$ 的周期为 $2a$

8. 基本初等函数的图像与性质：

㈠. ⑴指数函数：$y=a^x(a>0,a\neq1)$；⑵对数函数：$y=\log_a x(a>0,a\neq1)$；

⑶幂函数：$y=x^\alpha$ （$\alpha\in R$）；⑷正弦函数：$y=\sin x$；⑸余弦函数：$y=\cos x$；

（6）正切函数：$y=\tan x$；⑺一元二次函数：$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）；⑻其它常用函数：

① 正比例函数：$y=kx(k\neq0)$；②反比例函数：$y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$；③函数 $y=x+\dfrac{a}{x}(a>0)$

㈡. ⑴分数指数幂： $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ ； $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ （以上 $a>0,m,n\in N^*$，且 $n>1$）.

⑵. ① $a^b=N\Leftrightarrow\log_a N=b$ ； ② $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$ ；

③ $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ ； ④ $\log_{a^m}b^n=\frac{n}{m}\log_a b$.

⑶. 对数的换底公式 ： $\log_a N=\frac{\log_m N}{\log_m a}$. 对数恒等式 ： $a^{\log_a N}=N$.

9. 二次函数：

⑴解析式：①一般式： $f(x)=ax^2+bx+c$ ；②顶点式： $f(x)=a(x-h)^2+k$ ， (h,k) 为顶点；

③零点式： $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ （$a\neq 0$）.

⑵二次函数问题解决需考虑的因素：

①开口方向；②对称轴；③端点值；④与坐标轴交点；⑤判别式；⑥两根符号。

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴方程是 $x=-\frac{b}{2a}$ ，顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$。

10. 函数图象：

⑴图象作法 ：①描点法 （特别注意三角函数的五点作图）②图象变换法 ③导数法

⑵图象变换：

① 平移变换：ⅰ）$y=f(x)\to y=f(x\pm a)$，$(a>0)$ ———左“ +”右“－”；

ⅱ）$y=f(x)\to y=f(x)\pm k,(k>0)$ ———上“ +”下“－”；

② 对称变换：ⅰ）$y=f(x)\xrightarrow{(0,0)}y=-f(-x)$；ⅱ）$y=f(x)\xrightarrow{y=0}y=-f(x)$；

ⅲ）$y=f(x)\xrightarrow{x=0}y=f(-x)$； ⅳ）$y=f(x)\xrightarrow{y=x}x=f(y)$；

③ 翻折变换：

ⅰ）$y=f(x)\to y=f(|x|)$———（去左翻右） y 轴右不动，右向左翻（ $f(x)$ 在 y 左侧图象去掉）；

ⅱ）$y=f(x)\to y=|f(x)|$———（留上翻下） x 轴上不动，下向上翻（ $|f(x)|$ 在 x 下面无图象）；

11. 函数图象（曲线）对称性的证明：

(1) 证明函数 $y=f(x)$ 图像的对称性，即证明图像上任意点关于对称中心（对称轴）的对称点仍在图像上；

（2）证明函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 图象的对称性，即证明 $y=f(x)$ 图象上任意点关于对称中心（对称轴）的对称点在 $y=g(x)$ 的图象上，反之亦然。

注*：①曲线 C_1:f(x,y)=0 关于原点（0,0）的对称曲线 C_2 方程为：f(−x, −y)=0;

曲线 C_1:f(x,y)=0 关于直线 x=0 的对称曲线 C_2 方程为：f(−x, y)=0;

曲线 C_1:f(x,y)=0 关于直线 y=0 的对称曲线 C_2 方程为：f(x, −y)=0;

曲线 C_1:f(x,y)=0 关于直线 y=x 的对称曲线 C_2 方程为：f(y, x)=0

②f(a+x)=f(b − x) （x∈R） $\Leftrightarrow$ y=f(x) 图像关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2}$ 对称；

特别地：f(a+x)=f(a −x) （x∈R） $\Leftrightarrow$ y=f(x) 图像关于直线 x=a 对称 .

③ $y=f(x)$ 的图象关于点 (a,b) 对称 $\Leftrightarrow$ $f(a+x)+f(a-x)=2b$.

特别地：$y=f(x)$ 的图象关于点 $(a,0)$ 对称 $\Leftrightarrow$ $f(a+x)=-f(a-x)$.

④函数 $y=f(x-a)$ 与函数 $y=f(a-x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称；

函数 $y=f(a+x)$ 与函数 $y=f(a-x)$ 的图象关于直线 $x=0$ 对称。

12. 函数零点的求法：

⑴直接法（求 $f(x)=0$ 的根）；⑵图象法；⑶二分法 .

(4) 零点定理：若 y=f(x) 在 [a,b] 上满足 f(a) · f(b)<0， 则 y=f(x) 在（a,b) 内至少有一个零点。

13. 导数：

⑴导数定义：f(x) 在点 x_0 处的导数记作 $y'|_{x=x_0}=f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

⑵常见函数的导数公式：① $C'=0$；② $(x^n)'=nx^{n-1}$；③ $(\sin x)'=\cos x$；

④ $(\cos x)'=-\sin x$；⑤ $(a^x)'=a^x\ln a$；⑥ $(e^x)'=e^x$；⑦ $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$；

⑧ $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$ 。

⑶导数的四则运算法则：$(u\pm v)'=u'\pm v'$；$(uv)'=u'v+uv'$；$(\dfrac{u}{v})'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$；

（4）导数的应用：

①利用导数求切线：注意：i) 所给点是切点吗？ii) 所求的是“在”还是“过”该点的切线？

②利用导数判断函数单调性：i) $f'(x)>0\Rightarrow f(x)$ 是增函数；ii) $f'(x)<0\Rightarrow f(x)$ 为减函数；iii) $f'(x)\equiv 0\Rightarrow f(x)$ 为常数；

③利用导数求极值：i ）求导数 $f'(x)$；ii）求方程 $f'(x)=0$ 的根；iii）列表得极值。

④利用导数求最大值与最小值：i ）求极值；ii）求区间端点值（如果有）；iii）比较得最值。

第三部分 三角函数、三角恒等变换与解三角形

1. ⑴角度制与弧度制的互化：π 弧度 $=180^{\circ}$，$1^{\circ}=\frac{\pi}{180}$ 弧度，1弧度 $=(\frac{180}{\pi})^{\circ}\approx 57^{\circ}18'$

⑵弧长公式：$l=\theta R$；扇形面积公式：$S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\theta R^{2}$。

2. 三角函数定义：角 α 终边上任一点（非原点）$P(x,y)$，设 $|OP|=r$ 则：

$\sin\alpha=\frac{y}{r},\cos\alpha=\frac{x}{r},\tan\alpha=\frac{y}{x}$

3. 三角函数符号规律：一全正，二正弦，三正切，四余弦；（简记为“全 s t c ”）
4. 诱导公式记忆规律：“奇变偶不变，符号看象限”
5. ⑴ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 对称轴：令 $\omega x+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，得 $x=\cdots$；对称中心：$(\frac{k\pi-\varphi}{\omega},0)(k\in Z)$；

⑵ $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 对称轴：令 $\omega x+\varphi=k\pi$，得 $x=\frac{k\pi-\varphi}{\omega}$；对称中心：

$(\frac{k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega},0)(k\in Z)$；

⑶周期公式：①函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 及 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的周期 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}$ (A、ω、φ 为常数，

且 $A\neq 0$). ②函数 $y=A\tan(\omega x+\phi)$的周期 $T=\frac{\pi}{|\omega|}$ (A、ω、φ 为常数，且 $A\neq 0$).

6. 同角三角函数的基本关系：$\sin^{2}x+\cos^{2}x=1;\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$

7. 三角函数的单调区间及对称性：

⑴ $y=\sin x$ 的单调递增区间为 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]k\in Z$，单调递减区间为 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]k\in Z$，对称轴为 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$，对称中心为 $(k\pi,0)(k\in Z)$.

⑵ $y=\cos x$ 的单调递增区间为 $[2k\pi-\pi,2k\pi]k\in Z$，单调递减区间为 $[2k\pi,2k\pi+\pi]k\in Z$，

对称轴为 $x=k\pi(k\in Z)$，对称中心为 $\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)(k\in Z)$.

⑶ $y=\tan x$ 的单调递增区间为 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)k\in Z$，对称中心为

$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in Z)$.

8. 两角和与差的正弦、余弦、正切公式：

① $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$ ；$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ ；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

② $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$ ；$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$

③ $a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$ (其中，辅助角 φ 所在象限由点 (a,b) 所在的象限

决定，$\tan\varphi=\frac{b}{a}$).

9. 二倍角公式：① $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$. $(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm 2\sin\alpha\cos\alpha=1\pm\sin 2\alpha$

② $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$ （升幂公式）.

$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2},\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ （降幂公式）.

10. 正、余弦定理：

⑴正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ （$2R$ 是 $\triangle ABC$ 外接圆直径）

注：① $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$ ；② $a=2R\sin A,b=2R\sin B,c=2R\sin C$ ；

③ $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}$ 。

⑵余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 等三个；$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 等三个。

11. 几个公式：⑴三角形面积公式：① $S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$ （h_a、h_b、h_c 分别表示 a、b、c 边上的高）；② $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$. ③

$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\sqrt{(|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|)^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}$

⑵内切圆半径 $r=\frac{2S_{\triangle ABC}}{a+b+c}$ ；外接圆直径 $2R=\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$；

第四部分 立体几何

1. 三视图与直观图：⑴画三视图要求：正视图与俯视图长对正；正视图与侧视图高平齐；

侧视图与俯视图宽相等。 ⑵斜二测画法画水平放置几何体的直观图的要领。

2. 表（侧）面积与体积公式：

⑴柱体：①表面积： $S=S_{侧}+2S_{底}$；②侧面积： $S_{侧}=2\pi rh$；③体积： $V=S_{底}h$

⑵锥体：①表面积： $S=S_{侧}+S_{底}$；②侧面积： $S_{侧}=\pi rl$；③体积： $V=\frac{1}{3}S_{底}h$：

⑶台体：①表面积： $S=S_{侧}+S_{上底}+S_{下底}$；②侧面积： $S_{侧}=\pi(r+r')l$；③体积： $V=\frac{1}{3}(S+\sqrt{SS'}+S')h$；

⑷球体：①表面积： $S=4\pi R^2$；②体积： $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

3. 位置关系的证明（主要方法）：

⑴直线与直线平行：①公理 4；②线面平行的性质定理；③面面平行的性质定理。

⑵直线与平面平行：①线面平行的判定定理；②面面平行 $\Rightarrow$ 线面平行。

⑶平面与平面平行：①面面平行的判定定理及推论；②垂直于同一直线的两平面平行。

⑷直线与平面垂直：①直线与平面垂直的判定定理；②面面垂直的性质定理。

⑸平面与平面垂直：①定义 ---- 两平面所成二面角为直角；②面面垂直的判定定理。

注：以上理科还可用向量法。

4. 求角：（步骤 ------- Ⅰ. 找或作角；Ⅱ . 求角）

⑴异面直线所成角的求法：

①平移法：平移直线，构造三角形； ②用向量法

⑵直线与平面所成的角：

①直接法（利用线面角定义）；②用向量法

5. 求距离：（步骤 ------- Ⅰ. 找或作垂线段；Ⅱ . 求距离）

点到平面的距离：①等体积法； ②向量法

6. 结论：

⑴棱锥的平行截面的性质如果棱锥被平行于底面的平面所截，那么所得的截面与底面相似，截面面积与底面面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的平方比（对应角相等，对应边对应成比例的多边形是相似多边形，相似多边形面积的比等于对应边的比的平方）；相应小棱锥与小棱锥的侧面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的平方比.

⑵长方体从一个顶点出发的三条棱长分别为 a，b，c，则体对角线长为 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$，全面积为 2ab+2bc+2ca，体积 V=abc。

⑶正方体的棱长为 a，则体对角线长为 $\sqrt{3}a$，全面积为 $6a^2$，体积 $V=a^3$。

⑷球与长方体的组合体：长方体的外接球的直径是长方体的体对角线长.

球与正方体的组合体：正方体的内切球的直径是正方体的棱长，正方体的棱切球的直径是正方体的面对角线长，正方体的外接球的直径是正方体的体对角线长.

⑷正四面体的性质：设棱长为 a，则正四面体的：

① 高：$h=\frac{\sqrt{6}}{3}a$；②对棱间距离：$\frac{\sqrt{2}}{2}a$；③内切球半径：$\frac{\sqrt{6}}{12}a$；④外接球半径：$\frac{\sqrt{6}}{4}a$。

第五部分 直线与圆

1. 斜率公式： $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，其中 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$.

直线的方向向量 $\vec{v}=(a,b)$，则直线的斜率为 $k=\frac{b}{a}(a\neq 0)$.

2. 直线方程的五种形式：

(1) 点斜式： $y-y_1=k(x-x_1)$ (直线 l 过点 $P_1(x_1,y_1)$，且斜率为 k).

(2) 斜截式： $y=kx+b$ (b 为直线 l 在 y 轴上的截距).

(3) 两点式： $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ ($P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$ $x_1\neq x_2$，$y_1\neq y_2$).

(4) 截距式： $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ (其中 a、b 分别为直线在 x 轴、y 轴上的截距，且 $a\neq 0, b\neq 0$).

(5) 一般式： $Ax+By+C=0$ (其中 A、B 不同时为 0).

3. 两条直线的位置关系：

（1）若 $l_1: y=k_1x+b_1$，$l_2: y=k_2x+b_2$，则：

① $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2, b_1\neq b_2$； ② $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$.

（2）若 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$，则：

① $l_1 // l_2 \Leftrightarrow A_1B_2-A_2B_1=0$ 且 $A_1C_2-A_2C_1\neq 0$；② $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$.

4. 求解线性规划问题的步骤是：

（1）列约束条件；（2）作可行域，写目标函数；（3）确定目标函数的最优解。

5. 两个公式 ：

⑴点 P（x_0, y_0）到直线 Ax+By+C=0的距离： $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$；

⑵两条平行线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_2=0$ 的距离 $d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

6. 圆的方程：

⑴标准方程：① $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$；② $x^2+y^2=r^2$ 。

⑵一般方程： $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ （$D^2+E^2-4F>0$)

注： $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ 表示圆 $\Leftrightarrow$ $A=C\neq 0$ 且 $B=0$ 且 $D^2+E^2-4AF>0$

7. 圆的方程的求法： ⑴待定系数法；⑵几何法。

8. 点、直线与圆的位置关系： （主要掌握几何法）

⑴点与圆的位置关系： （ d 表示点到圆心的距离）

① $d=R\Leftrightarrow$ 点在圆上；② $d<R\Leftrightarrow$ 点在圆内；③ $d>R\Leftrightarrow$ 点在圆外。

⑵直线与圆的位置关系： （ d 表示圆心到直线的距离）

① $d=R\Leftrightarrow$ 相切；② $d<R\Leftrightarrow$ 相交；③ $d>R\Leftrightarrow$ 相离。

⑶圆与圆的位置关系： （ d 表示圆心距， R,r 表示两圆半径，且 $R>r$ ）

① $d>R+r\Leftrightarrow$ 相离；② $d=R+r\Leftrightarrow$ 外切；③ $R-r<d<R+r\Leftrightarrow$ 相交；

④ $d=R-r\Leftrightarrow$ 内切；⑤ $0<d<R-r\Leftrightarrow$ 内含。

9. 直线与圆相交所得弦长 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$

第六部分　圆锥曲线

1. 定义：⑴椭圆：$|MF_1|+|MF_2|=2a,(2a>|F_1F_2|)$；

⑵双曲线：$||MF_1|-|MF_2||=2a,(2a<|F_1F_2|)$；⑶抛物线：$|MF|=d$

2. 结论：⑴直线与圆锥曲线相交的弦长公式：若弦端点为 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$，或 $|AB|=|x_1-x_2|\sqrt{1+k^2}$，或 $|AB|=|y_1-y_2|\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}$.

注：①抛物线：$|AB|=x_1+x_2+p$；②通径（最短弦）：i）椭圆、双曲线：$\frac{2b^2}{a}$；ii）抛物线：$2p$.

⑵过两点的椭圆、双曲线标准方程可设为：$mx^2+ny^2=1$（m,n 同时大于 0 时表示椭圆；

$mn<0$ 时表示双曲线）；当点 P 与椭圆短轴顶点重合时 $\angle F_1PF_2$ 最大；

⑶双曲线中的结论：

①双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0,b>0）的渐近线：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$；

②共渐进线 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 的双曲线标准方程可设为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$($\lambda$ 为参数，$\lambda\neq 0$)；

③双曲线为等轴双曲线 $\Leftrightarrow$ $e=\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow$ 渐近线互相垂直；

⑷焦点三角形问题求解：利用圆锥曲线定义和余弦定理联立求解。

3. 直线与圆锥曲线问题解法：

⑴直接法（通法）：联立直线与圆锥曲线方程，构造一元二次方程求解。

注意以下问题：①联立的关于“x”还是关于“y”的一元二次方程？②直线斜率不存在时考虑了吗？③判别式验证了吗？

⑵设而不求（点差法 ----- 代点作差法）：-------- 处理弦中点问题

步骤如下：①设点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$；②作差得 $k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\cdots\cdots$；③解决问题。

4. 求轨迹的常用方法：（1）定义法：利用圆锥曲线的定义；（2）直接法（列等式）；（3）代入法（又称相关点法或坐标转移法）；⑷待定系数法；（5）消参法；（6）交轨法；（7）几何法。

第七部分　平面向量

1. 平面上两点间的距离公式 ：$d_{A,B}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$，其中 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

2. 向量的平行与垂直： 设 $\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，且 $\vec{b}\neq\vec{0}$，则：

① $\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=\lambda\vec{a}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$；

② $\vec{a}\perp\vec{b}$（$\vec{a}\neq\vec{0}$）$\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

3. $a\cdot b=|a||b|\cos<a,b>=x_1x_2+y_1y_2$；

⑵双曲线：$||MF_1|-|MF_2||=2a,(2a<|F_1F_2|)$；⑶抛物线：$|MF|=d$

2. 结论 ：⑴直线与圆锥曲线相交的弦长公式 ：若弦端点为 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则

$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$，或 $|AB|=|x_1-x_2|\sqrt{1+k^2}$，或 $|AB|=|y_1-y_2|\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}$.

注：①抛物线：$|AB|=x_1+x_2+p$；②通径（最短弦） ：i）椭圆、双曲线：$\frac{2b^2}{a}$；ii）抛物线：$2p$.

⑵过两点的椭圆、双曲线标准方程可设为： $mx^2+ny^2=1$（m,n 同时大于 0 时表示椭圆；

$mn<0$ 时表示双曲线）；当点 P 与椭圆短轴顶点重合时 $\angle F_1PF_2$ 最大；

⑶双曲线中的结论：

①双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的渐近线：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$；

②共渐进线 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 的双曲线标准方程可设为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$（$\lambda$ 为参数，$\lambda\neq0$）；

③双曲线为等轴双曲线 $\Leftrightarrow e=\sqrt{2}\Leftrightarrow$ 渐近线互相垂直；

⑷焦点三角形问题求解：利用圆锥曲线定义和余弦定理联立求解。

3. 直线与圆锥曲线问题解法：

⑴直接法（通法） ：联立直线与圆锥曲线方程，构造一元二次方程求解。

注意以下问题：①联立的关于“ x ”还是关于“ y ”的一元二次方程？②直线斜率不存在时考虑了吗？③判别式验证了吗？

⑵设而不求（点差法 ----- 代点作差法）：-------- 处理弦中点问题

步骤如下：①设点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$；②作差得 $k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\cdots\cdots$；③解决问题。

4. 求轨迹的常用方法：（1）定义法：利用圆锥曲线的定义；（2）直接法（列等式）；（3）代入法（又称相关点法或坐标转移法）；⑷待定系数法；（5）消参法；（6）交轨法；（7）几何法。

5. 三点共线的充要条件： P, A, B 三点共线 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ 且 $x+y=1$。

第八部分　数列

1. 定义：

(1)等差数列 $\{a_n\} \Leftrightarrow a_{n+1}-a_n=d$($d$为常数, $n\in N^*$) $\Leftrightarrow a_n-a_{n-1}=d(n\ge 2)$ $\Leftrightarrow 2a_n=a_{n+1}+a_{n-1}(n\ge 2, n\in N^*) \Leftrightarrow a_n=kn+b \Leftrightarrow S_n=An^2+Bn$

⑵等比数列 $\{a_n\} \Leftrightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=q(q\ne 0) \Leftrightarrow a_n^2=a_{n-1}\cdot a_{n+1}(n\ge 2, n\in N^*)$

2. 等差、等比数列性质：

	等差数列	等比数列
通项公式	$a_n=a_1+(n-1)d$	$a_n=a_1q^{n-1}$
前 n 项和	$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$	1.$q=1$时， $S_n=na_1$; 2.$q\ne 1$时， $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ $=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}$
性质	① $a_n=a_m+(n-m)d$,	① $a_n=a_mq^{n-m}$;
	②m+n=p+q时 $a_m+a_n=a_p+a_q$	②m+n=p+q时 $a_ma_n=a_pa_q$
	③ $S_k, S_{2k}-S_k, S_{3k}-S_{2k},\cdots$ 成 AP	③ $S_k, S_{2k}-S_k, S_{3k}-S_{2k},\cdots$ 成 GP
	④ $a_k, a_{k+m}, a_{k+2m},\cdots$ 成 AP, $d'=md$	④ $a_k, a_{k+m}, a_{k+2m},\cdots$ 成 GP, $q'=q^m$

3. 常见数列通项的求法：

⑴定义法（利用 AP,GP的定义）；⑵累加法（ $a_{n+1}-a_n=c_n$ 型）；⑶公式法： $a_n=\begin{cases} S_1 & (n=1) \\ S_n-S_{n-1} & (n\ge 2)\end{cases}$

⑷累乘法（ $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=c_n$ 型）；⑸待定系数法（ $a_{n+1}=ka_n+b$ 型）转化为

$a_{n+1}+x=k(a_n+x)$

（6）间接法（例如： $a_{n-1}-a_n=4a_na_{n-1} \Rightarrow \dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n-1}}=4$）；（7）（理科） 数学归纳法。

4. 前 n 项和的求法： ⑴分组求和法；⑵错位相减法；⑶裂项法。

5. 等差数列前 n 项和最值的求法：

⑴ S_n 最大值 $\begin{cases} a_n \ge 0 \\ a_{n+1} \le 0 \end{cases}$（或 S_n 最小值 $\begin{cases} a_n \le 0 \\ a_{n+1} \ge 0 \end{cases}$）；⑵利用二次函数的图象与性质。

第九部分　不等式

1. 均值不等式： $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \le \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} (a,b \ge 0)$

注意：①一正二定三相等；②变形： $ab \le (\frac{a+b}{2})^2 \le \frac{a^2+b^2}{2} (a,b \in R)$。

2. 极值定理： 已知 x, y 都是正数，则有：

(1) 如果积 xy 是定值 p，那么当 $x = y$ 时和 $x + y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$；

(2) 如果和 $x + y$ 是定值 s，那么当 $x = y$ 时积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}s^2$.

3. 解一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$(或 < 0)：若 $a > 0$，则对于解集不是全集或空集时，对应的解集为“大两边，小中间”. 如：当 $x_1 < x_2$，$(x - x_1)(x - x_2) < 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2$；$(x - x_1)(x - x_2) > 0 \Leftrightarrow x > x_2$ 或 $x < x_1$.

4. 含有绝对值的不等式： 当 $a > 0$ 时，有：① $|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a$；

② $|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a$ 或 $x < -a$.

5*. 分式不等式：

（1） $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot g(x) > 0$；　（2） $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot g(x) < 0$；

（3） $\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \ge 0 \\ g(x) \ne 0 \end{cases}$；　（4） $\frac{f(x)}{g(x)} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \le 0 \\ g(x) \ne 0 \end{cases}$.

6*. 指数不等式与对数不等式

(1) 当 $a > 1$ 时，$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$；$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$.

(2) 当 $0 < a < 1$ 时，$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$；

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

3. 不等式的性质：

⑴ $a > b \Leftrightarrow b < a$；⑵ $a > b, b > c \Rightarrow a > c$；⑶ $a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$；$a > b, c > d$

$\Rightarrow a + c > b + d$；⑷ $a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc$；$a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$；

$a>b>0, c>d>0$

$\Rightarrow ac>bd$；⑸ $a>b>0\Rightarrow a^n>b^n>0(n\in N^*)$；⑹ $a>b>0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in N^*)$

第十部分　复数

1. 概念：

⑴$z=a+bi\in R\Leftrightarrow b=0\ (a,b\in R)\Leftrightarrow z=\bar{z}\Leftrightarrow z^2\geq 0$；⑵$z=a+bi$ 是虚数 $\Leftrightarrow b\neq 0(a,b\in R)$；

⑶$z=a+bi$ 是纯虚数 $\Leftrightarrow a=0$ 且 $b\neq 0(a,b\in R)\Leftrightarrow z+\bar{z}=0\ (z\neq 0)\Leftrightarrow z^2<0$；

⑷$a+bi=c+di\Leftrightarrow a=c$ 且 $c=d(a,b,c,d\in R)$；

2. 复数的代数形式及其运算：设 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di\ (a,b,c,d\in R)$，则：

（1）$z_1\pm z_2=(a+b)\pm(c+d)i$；⑵ $z_1.z_2=(a+bi)\cdot(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$；

⑶ $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i\ (z_2\neq 0)$；

3. 几个重要的结论：

⑴$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2(|z_1|^2+|z_2|^2)$；⑵ $z\cdot\bar{z}=|z|^2=|\bar{z}|^2$；⑶ $(1\pm i)^2=\pm 2i$；⑷ $\dfrac{1+i}{1-i}=i$；$\dfrac{1-i}{1+i}=-i$；

⑸ i 性质：T=4；$i^{4n}=1, i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=-1, i^{4n+3}=-i$；$i^{4n}+i^{4n+1}+i^{4n+2}+i^{4n+3}=0$；

4*．模的性质：⑴ $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$；⑵ $|\dfrac{z_1}{z_2}|=\dfrac{|z_1|}{|z_2|}$；⑶ $|z^n|=|z|^n$。

5. 实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解：

① 若 $\Delta=b^2-4ac>0$，则 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$；② 若 $\Delta=b^2-4ac=0$，则 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$；

③若 $\Delta=b^2-4ac<0$，它在实数集 R 内没有实数根；在复数集 C 内有且仅有两个共轭复数

根 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{-(b^2-4ac)}i}{2a}(b^2-4ac<0)$.

第十一部分　概率

1. 事件的关系：

⑴事件 B 包含事件 A：事件 A 发生，事件 B 一定发生，记作 $A\subseteq B$；

⑵事件 A 与事件 B 相等：若 $A\subseteq B, B\subseteq A$，则事件 A 与 B 相等，记作 A=B；

⑶并（和）事件：某事件发生，当且仅当事件 A 发生或 B 发生，记作 $A\cup B$（或 $A+B$）；

⑷并（积）事件：某事件发生，当且仅当事件 A 发生且 B 发生，记作 $A\cap B$（或 AB）；

⑸事件 A 与事件 B 互斥：若 $A\cap B$ 为不可能事件（$A\cap B=\phi$），则事件 A 与互斥；

⑹对立事件： $A\cap B$ 为不可能事件， $A\cup B$ 为必然事件，则 A与 B互为对立事件。

2. 概率公式：

⑴互斥事件（有一个发生）概率公式： P(A+B)=P(A)+P(B) ；

⑵古典概型： $P(A)=\dfrac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}$ ；

⑶几何概型： $P(A)=\dfrac{\text{构成事件 }A\text{的区域长度（面积或体积等）}}{\text{试验的全部结果构成的区域长度（面积或体积等）}}$

第十二部分 统计与统计案例

1. 抽样方法：

⑴简单随机抽样：一般地，设一个总体的个数为 N，通过逐个不放回的方法从中抽取一个容量为 n 的样本，且每个个体被抽到的机会相等，就称这种抽样为简单随机抽样。

注：①每个个体被抽到的概率为 $\dfrac{n}{N}$ ；

②常用的简单随机抽样方法有：抽签法；随机数表法。

⑵系统抽样：当总体个数较多时，可将总体均衡的分成几个部分，然后按照预先制定的规则，从每一个部分抽取一个个体，得到所需样本，这种抽样方法叫系统抽样。

注：步骤：①编号；②分段；③在第一段采用简单随机抽样方法确定起始的个体编号；④按预先制定的规则抽取样本。

⑶分层抽样：当已知总体有差异比较明显的几部分组成时，为使样本更充分的反映总体的情况，将总体分成几部分，然后按照各部分占总体的比例进行抽样，这种抽样叫分层抽样。

注：每个部分所抽取的样本个体数 =该部分个体数 $\times\dfrac{n}{N}$

注: 以上三种抽样的共同特点是：在抽样过程中每个个体被抽取的概率相等

2. 频率分布直方图与茎叶图： ⑴用直方图反映样本的频率分布规律的直方图称为频率分布直方图。⑵当数据是两位有效数字时，用中间的数字表示十位数，即第一个有效数字，两边的数字表示个位数，即第二个有效数字，它的中间部分像植物的茎，两边像植物茎上长出来的叶子，这种表示数据的图叫做茎叶图。

3. 总体特征数的估计：

⑴样本平均数 $\bar{x}=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ ；

⑵样本方差 $S^2=\dfrac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ ；

⑶样本标准差 $S=\sqrt{\dfrac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$

3. 相关系数（判定两个变量线性相关性） ：

2. 概率公式：

⑴互斥事件（有一个发生）概率公式： $P(A+B)=P(A)+P(B)$ ；

⑵古典概型： $P(A)=\dfrac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}$ ；

⑶几何概型： $P(A)=\dfrac{\text{构成事件 }A\text{的区域长度（面积或体积等）}}{\text{试验的全部结果构成的区域长度（面积或体积等）}}$ ；

⑴样本平均数 $\bar{x}=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ ；

⑵样本方差 $S^2=\dfrac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ ；

⑶样本标准差 $S=\sqrt{\dfrac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$

3. 相关系数（判定两个变量线性相关性）：

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2)(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\bar{y}^2)}}$$

注：⑴ $r>0$ 时，变量 x,y 正相关； $r<0$ 时，变量 x,y 负相关；⑵当 $|r|$ 越接近于 1，两个变量的线性相关性越强；当 $|r|$ 越接近于 0 时，两个变量之间几乎不存在线性相关关系。

4. 回归直线方程

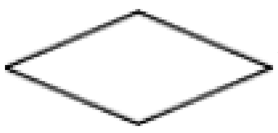
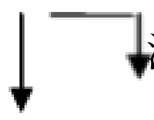
$$y=a+bx\text{，其中}\begin{cases}b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}\\ a=\bar{y}-b\bar{x}\end{cases}$$

第十三部分 算法初步

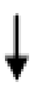
1. 程序框图：

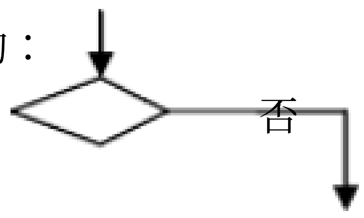
⑴图形符号：

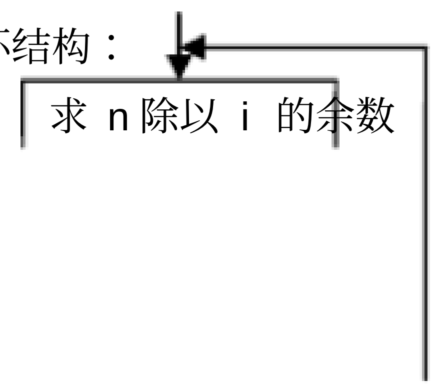
①  终端框（起止框）；②  输入、输出框；

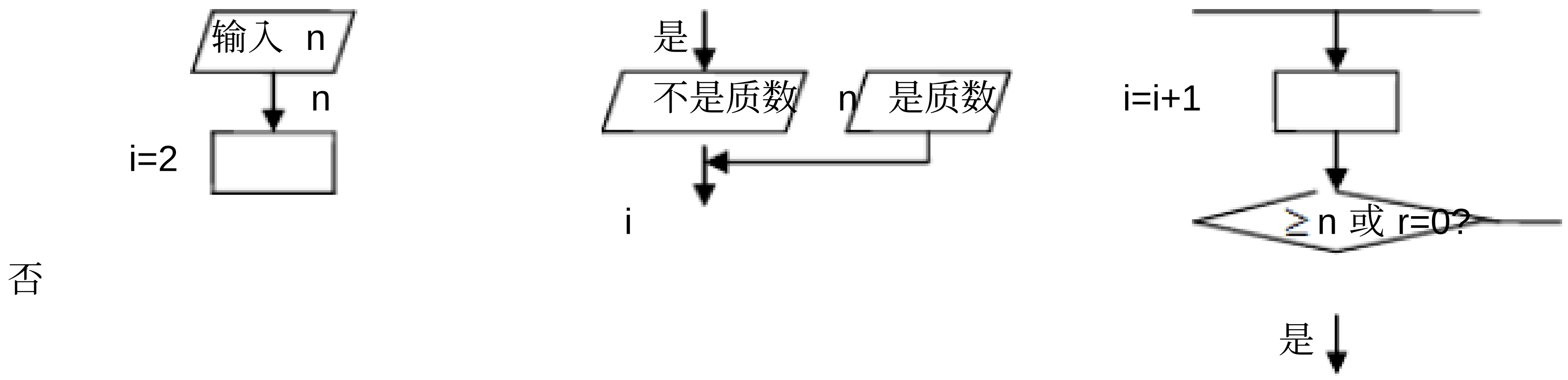
③  处理框（执行框）；④  判断框；⑤  流程线；

⑵程序框图分类：

①顺序结构： 

②条件结构： 

③循环结构： 



注：循环结构分为：Ⅰ．当型（ while 型）——先判断条件，再执行循环体；

Ⅱ．直到型（ until 型）——先执行一次循环体，再判断条件。

2. 基本算法语句：

⑴输入语句 INPUT“ 提示内容 ”；变量 ；输出语句： PRINT “ 提示内容 ”；表达式

赋值语句： 变量 =表达式

⑵条件语句：①

```
IF 条件 THEN
    语句体
END IF
```

②

```
IF 条件 THEN
    语句体 1
ELSE
    语句体 2
END IF
```

⑶循环语句：①当型：

```
WHILE 条件
    循环体
WEND
```

②直到型 ：

```
DO
    循环体
LOOP UNTIL 条件
```

第十四部分 常用逻辑用语与推理证明

1. 充要条件的判断：

（1）定义法 ---- 正、反方向推理

注意区分：“ 甲是乙的充分条件（甲 $\Rightarrow$ 乙）” 与 “ 甲的充分条件是乙（乙 $\Rightarrow$ 甲）”

（2）利用集合间的包含关系：例如：若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件或 B 是 A 的必要条件；若 A=B，则 A 是 B 的充要条件。

2. 逻辑联结词：

⑴且 (and) ：命题形式 $p\wedge q$；

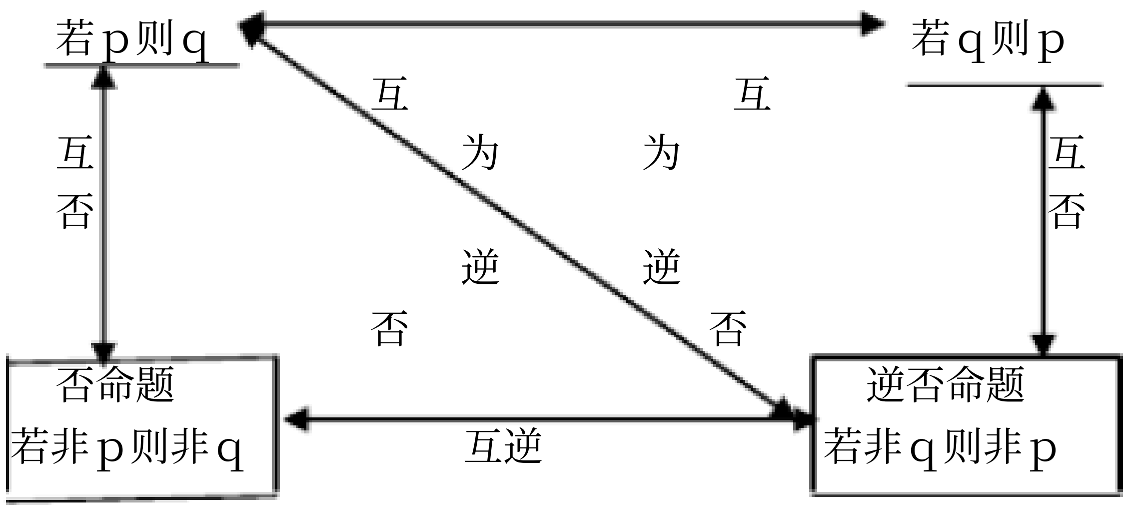
⑵或（ or ）： 命题形式 $p\vee q$；

⑶非（ not ）：命题形式 $\neg p$.

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

3. 四种命题的相互关系

原命题 互逆 逆命题



4。四种命题：

⑴原命题：若 p 则 q；　⑵逆命题：若 q 则 p；

⑶否命题：若 $\neg p$ 则 $\neg q$；　⑷逆否命题：若 $\neg q$ 则 $\neg p$

注：原命题与逆否命题等价；逆命题与否命题等价。

5. 全称量词与存在量词

⑴全称量词 ------- “所有的”、“任意一个”等，用 $\forall$ 表示；

全称命题 p：$\forall x \in M, p(x)$；　全称命题 p 的否定 $\neg p$：$\exists x \in M, \neg p(x)$。

⑵存在量词 -------- “存在一个”、“至少有一个”等，用 $\exists$ 表示；

特称命题 p：$\exists x \in M, p(x)$；　特称命题 p 的否定 $\neg p$：$\forall x \in M, \neg p(x)$；

6. 常见结论的否定形式

原结论	反设词	原结论	反设词
是	不是	至少有一个	一个也没有
都是	不都是	至多有一个	至少有两个
大于	不大于	至少有 n 个	至多有（$n-1$）个
小于	不小于	至多有 n 个	至少有（$n+1$）个
对所有 x，成立	存在某 x，不成立	p 或 q	$\neg p$ 且 $\neg q$
对任何 x，不成立	存在某 x，成立	p 且 q	$\neg p$ 或 $\neg q$

第十五部分　推理与证明

1. 推理：

⑴合情推理：归纳推理和类比推理都是根据已有事实，经过观察、分析、比较、联想，在进行归纳、类比，然后提出猜想的推理，我们把它们称为合情推理。

~~①归纳推理：~~由某类事物的部分对象具有某些特征，推出该类事物的全部对象都具有这些特征的推理，或者由个别事实概括出一般结论的推理，称为归纳推理，简称归纳。

注：归纳推理是由部分到整体，由个别到一般的推理。

②类比推理：由两类对象具有类似和其中一类对象的某些已知特征，推出另一类对象也具有这些特征的推理，称为类比推理，简称类比。

注：类比推理是特殊到特殊的推理。

⑵演绎推理：从一般的原理出发，推出某个特殊情况下的结论，这种推理叫演绎推理。

注：演绎推理是由一般到特殊的推理。

“三段论”是演绎推理的一般模式，包括：⑴大前提 --------- 已知的一般结论；⑵小前提 --------- 所研究的特殊情况；⑶结论 --------- 根据一般原理，对特殊情况得出的判

断。

2. 证明：

⑴直接证明 ①综合法：一般地，利用已知条件和某些数学定义、定理、公理等，经过一系列的推理论证，最后推导出所要证明的结论成立，这种证明方法叫做综合法。综合法又叫顺推法或由因导果法。

②分析法：一般地，从要证明的结论出发，逐步寻求使它成立的充分条件，直至最后，把要证明的结论归结为判定一个明显成立的条件（已知条件、定义、定理、公理等），这种证明的方法叫分析法。分析法又叫逆推证法或执果索因法。

（2）间接证明（反证法）：一般地，假设原命题不成立，经过正确的推理，最后得出矛盾，因此说明假设错误，从而证明原命题成立，这种证明方法叫反证法。