

匀变速直线运动公式、规律总结

一. 基本规律:

1. 基本公式	$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 平均速度 } \bar{v} = \frac{s}{t} \\ (2) \text{ 加速度 } a = \frac{v_t - v_0}{t} \\ (3) \text{ 平均速度 } \bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} \text{初速度 } v_0 = 0 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 加速度 } a = \frac{v_t}{t} \\ (2) \text{ 平均速度 } \bar{v} = \frac{1}{2} v_t \\ (3) \text{ 瞬时速度 } v_t = at \\ (4) \text{ 位移公式 } s = \frac{1}{2} at^2 \\ (5) \text{ 位移公式 } s = \frac{v_t}{2} t \\ (6) \text{ 重要推论 } 2as = v_t^2 \end{array} \right.$
2. 导出公式	$\left\{ \begin{array}{l} (4) \text{ 瞬时速度 } v_t = v_0 + at \\ (5) \text{ 位移公式 } s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\ (6) \text{ 位移公式 } s = \frac{v_0 + v_t}{2} t \\ (7) \text{ 重要推论 } 2as = v_t^2 - v_0^2 \end{array} \right.$		

注意: 基本公式中(1)式适用于一切变速运动, 其余各式只适用于匀变速直线运动。

二. 匀变速直线运动的推论及推理

对匀变速直线运动公式作进一步的推论, 是掌握基础知识、训练思维、提高能力的一个重要途径, 掌握运用的这些推论是解决一些特殊问题的重要手段。

推论 1 做匀变速直线运动的物体在中间时刻的即时速度等于这段时间的平均速度, 即 $v_{\frac{t}{2}} = \frac{s}{t} = \frac{v_0 + v_t}{2}$

推导: 设时间为 t , 初速 v_0 , 末速为 v_t , 加速度为 a , 根据匀变速直线运动的速度公式 $v = v_0 + at$

$$\text{得: } \begin{cases} v_{\frac{t}{2}} = v_0 + a \times \frac{t}{2} \\ v_t = v_{\frac{t}{2}} + a \times \frac{t}{2} \end{cases} \Rightarrow v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

推论 2 做匀变速直线运动的物体在一段位移的中点的即时速度 $v_{\frac{s}{2}} = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_t^2}{2}}$

推导: 设位移为 S , 初速 v_0 , 末速为 v_t , 加速度为 a , 根据匀变速直线运动的

$$\text{速度和位移关系公式 } v_t^2 = v_0^2 + 2as \text{ 得: } \begin{cases} v_{\frac{s}{2}}^2 = v_0^2 + 2a \times \frac{S}{2} \\ v_t^2 = v_{\frac{s}{2}}^2 + 2a \times \frac{S}{2} \end{cases} \Rightarrow v_{\frac{s}{2}} = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_t^2}{2}}$$

匀变速直线运动公式、规律总结

推论 3 做匀变速直线运动的物体,如果在连续相等的时间间隔 t 内的位移分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 …… S_n , 加

速度为 a , 则 $\Delta S = S_2 - S_1 = S_3 - S_2 = \dots = S_n - S_{n-1} = at^2$

推导: 设开始的速度是 v_0

经过第一个时间 t 后的速度为 $v_1 = v_0 + at$, 这一段时间内的位移为 $S_1 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$,

经过第二个时间 t 后的速度为 $v_2 = 2v_0 + at$, 这段时间内的位移为 $S_2 = v_1 t + \frac{1}{2} at^2 = v_0 t + \frac{3}{2} at^2$

经过第三个时间 t 后的速度为 $v_3 = 3v_0 + at$, 这段时间内的位移为 $S_3 = v_2 t + \frac{1}{2} at^2 = v_0 t + \frac{5}{2} at^2$

.....

经过第 n 个时间 t 后的速度为 $v_n = nv_0 + at$, 这段时间内的位移为 $S_n = v_{n-1} t + \frac{1}{2} at^2 = v_0 t + \frac{2n-1}{2} at^2$

则 $\Delta S = S_2 - S_1 = S_3 - S_2 = \dots = S_n - S_{n-1} = at^2$

点拨: 只要是匀加速或匀减速运动, 相邻的连续的相同的时间内的位移之差, 是一个与加速度 a 与时间“有关的恒量”. 这也提供了一种加速度的测量的方法:

即 $a = \frac{\Delta S}{t^2}$, 只要测出相邻的相同时间内的位移之差 ΔS 和 t , 就容易测出加速度 a 。

推论 4 初速度为零的匀变速直线运动的位移与所用时间的平方成正比, 即 t 秒内、 $2t$ 秒内、 $3t$ 秒内…… nt 秒内物体的位移之比 $S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n = 1 : 4 : 9 : \dots : n^2$

推导: 已知初速度 $v_0 = 0$, 设加速度为 a , 根据位移的公式 $S = \frac{1}{2} at^2$ 在 t 秒内、 $2t$ 秒内、 $3t$ 秒内…… nt

秒内物体的位移分别为: $S_1 = \frac{1}{2} at^2$ 、 $S_2 = \frac{1}{2} a(2t)^2$ 、 $S_3 = \frac{1}{2} a(3t)^2$ $S_n = \frac{1}{2} a(nt)^2$

则代入得 $S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n = 1 : 4 : 9 : \dots : n^2$

推论 4 变形: 前一个 s 、前二个 s 、……前 n 个 s 的位移所需时间之比: $t_1:t_2:t_3:\dots:t_n=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}: \dots : \sqrt{n}$

推导: 因为初速度为 0, 所以 $x = V_0 t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} at^2$

$$S = \frac{1}{2} at_1^2, \quad t_1 = \sqrt{\frac{2S}{a}} \qquad 2S = \frac{1}{2} at_2^2 \quad t_2 = \sqrt{\frac{4S}{a}} \qquad 3S = \frac{1}{2} at_3^2 \quad t_3 = \sqrt{\frac{6S}{a}}$$

$$t_1:t_2:t_3:\dots:t_n = \sqrt{\frac{2S}{a}}:\sqrt{\frac{4S}{a}}:\sqrt{\frac{6S}{a}}:\dots:\sqrt{\frac{2nS}{a}} = 1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:\dots:\sqrt{n}$$

推论 5 初速度为零的匀变速直线运动, 从开始运动算起, 在连续相等的时间间隔内的位移之比是从 1 开始的连续奇数比, 即 $S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n = 1 : 3 : 5 : \dots : (2n-1)$

匀变速直线运动公式、规律总结

推导：连续相同的时间间隔是指运动开始后第1个 t 、第2个 t 、第3个 t ……第 n 个 t ，设对应的位移分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、…… S_n ，则根据位移公式得

$$\text{第1个 } t \text{ 的位移为 } S_1 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\text{第2个 } t \text{ 的位移为 } S_2 = \frac{1}{2}a(2t)^2 - \frac{1}{2}at^2 = \frac{3}{2}at^2$$

$$\text{第3个 } t \text{ 的位移为 } S_3 = \frac{1}{2}a(3t)^2 - \frac{1}{2}a(2t)^2 = \frac{5}{2}at^2$$

……

$$\text{第 } n \text{ 个 } t \text{ 的位移为 } S_n = \frac{1}{2}a(nt)^2 - \frac{1}{2}a[(n-1)t]^2 = \frac{2n-1}{2}at^2$$

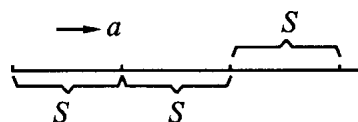
$$\text{代入可得： } S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n = 1 : 3 : 5 : \dots : (2n-1)$$

推论6 初速度为零的匀变速直线运动,从开始运动算起,物体经过连续相等的位移所用的时间之比为 $t_1 : t_2 :$

$$t_3 \dots : t_n = 1 : (\sqrt{2}-1) : (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \dots : (\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$$

推导：通过连续相同的位移是指运动开始后，第一个 S 、第三个 S ……第 n 个 S ，设对应所有的时间分别为

$$t_1、t_2、t_3 \dots t_n, \text{ 根据公式 } S = \frac{1}{2}at^2$$



$$\text{第一段位移所用的时间为 } t_1 = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

第二段位移所用的时间为运动了两段位移的时间减去第一段位移所用的时间

$$t_2 = \sqrt{\frac{4S}{a}} - \sqrt{\frac{2S}{a}} = (\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{2S}{a}}$$

同理可得：运动通过第三段位移所用的时间为

$$t_3 = \sqrt{\frac{6S}{a}} - \sqrt{\frac{4S}{a}} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$\text{以此类推得到 } t_n = \sqrt{\frac{2nS}{a}} - \sqrt{\frac{2(n-1)S}{a}} = (\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$\text{代入可得 } t_1 : t_2 : t_3 \dots t_n = 1 : (\sqrt{2}-1) : (\sqrt{3}-\sqrt{2}) : (\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$$

推论7：初速度为零的匀加速直线运动第一个 s 末、第二个 s 末、……第 n 个 s 末的速度之比：

$$v_1 : v_2 : \dots : v_n = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots : \sqrt{n}$$

推导：因为初速度为0，且 $V_t^2 - V_0^2 = 2ax$ ，所以 $V_t^2 = 2ax$

$$V_{t1}^2 = 2as$$

$$V_{t1} = \sqrt{2as}$$

匀变速直线运动公式、规律总结

$$V_{t2}^2 = 2\alpha(2s)$$

$$V_{t2} = \sqrt{4\alpha s}$$

$$V_{t3}^2 = 2\alpha(3s)$$

$$V_{t3} = \sqrt{6\alpha s}$$

$$V_{tn}^2 = 2\alpha(ns)$$

$$V_{tn} = \sqrt{2n\alpha s}$$

$$V_{t1}: V_{t2}: V_{t3}: \dots V_{tn} = \sqrt{2\alpha s}: \sqrt{4\alpha s}: \sqrt{6\alpha s}: \sqrt{2n\alpha s} = 1: \sqrt{2}: \sqrt{3}: \sqrt{n}$$

从以上推导可知解决这些问题主要要理解：连续的时间内、连续相等的时间内、连续相等的位移的含义、要克服存在的思维障碍。

利用匀变速直线运动的推论解题，常可收到化难为易，简捷明快的效果。

三. 自由落体运动和竖直上抛运动:

$$1. \text{ 自由落体运动} \left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 平均速度 } \bar{v} = \frac{v_t}{2} \\ (2) \text{ 瞬时速度 } v_t = gt \\ (3) \text{ 位移公式 } s = \frac{1}{2} gt^2 \\ (4) \text{ 重要推论 } 2gs = v_t^2 \end{array} \right.$$

总结：自由落体运动就是初速度 $v_0=0$ ，加速度 $a=g$ 的匀加速直线运动。

$$2. \text{ 竖直上抛运动} \left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 瞬时速度 } v_t = v_0 - gt \\ (2) \text{ 位移公式 } s = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \\ (3) \text{ 重要推论 } -2gs = v_t^2 - v_0^2 \end{array} \right.$$

总结：竖直上抛运动就是加速度 $a=-g$ 的匀变速直线运动。

作为匀变速直线运动应用的竖直

上抛运动，其处理方法有两种：其一是**分段法**。

上升阶段看做末速度为零，加速度大小为 g 的匀减速直线运动；

下降阶段为自由落体运动(初速为零、加速度为 g 的匀加速直线运动)；

其二是**整体法**。把竖直上抛运动的上升阶段和下降阶段看成整个运动的两个过程。整个过程初速为 v_0 、加速度为 g 的匀减速直线运动。