高中物理模型整理

“挂件”模型

【概述】

该模型一般由轻绳(轻杆)和物块模型组合而成，可分为静态和动态两类。常出现在选择、计算题中。

【特点】

静态模型的受力情况满足共点力的平衡条件$F=0$

动态模型则满足牛顿第二定律$F=ma$

【解题】

解析两种不同模型的关键是抓住物体的受力分析，然后结合平衡条件或牛顿定律。同时也要根据具体的题目具体分析，采用正交分解法，图解法，三角形法则，极值法等不同方法。

△轻绳、轻杆、轻弹簧弹力比较（弹簧有关题目后面另提）

1.轻绳拉力一定是沿绳子方向，指向绳子收缩的方向。轻绳拉力的大小可以突变。用轻绳连接的系统通过轻绳的碰撞、撞击时，系统的机械能有损失。

2.轻杆受力不一定沿轻杆方向。

3.轻弹簧可以被压缩或拉伸，其弹力的大小与弹簧的伸长量或缩短量有关。

①轻弹簧各处受力相等，其方向与弹簧形变的方向相反；

②弹力的大小为$F=kx$(胡克定律)，其中k为弹簧的劲度系数，x为弹簧的伸长量或缩短量；

③弹簧的弹力不会发生突变。

△滑轮模型与死结模型问题的分析

1.跨过滑轮、光滑杆、光滑钉子的细绳两端张力大小相等.

2.死结模型：如几个绳端有“结点”，即几段绳子系在一起，谓之“死结”，那么这几段绳中的张力不一定相等.

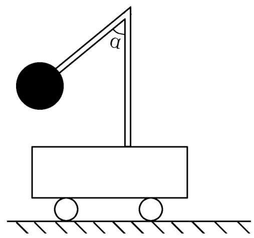
3.同样要注意轻质固定杆的弹力方向不一定沿杆的方向，作用力的方向需要结合平衡方程或牛顿第二定律求得，而轻质活动杆中的弹力方向一定沿杆的方向.

【例题】

1.如图所示，小车上固定着一根弯成角的曲杆，杆的另一端固定一个质量为m的球，试分析下列两种情况下轻杆对球的弹力大小及方向：

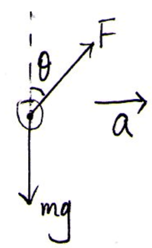
(1)小车静止不动；

(2)小车以加速度a向右运动。



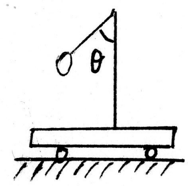
解：(1)球处于平衡状态，根据二力平衡的条件知，杆对球的弹力方向跟重力方向相反，竖直向上，弹力大小跟球的重力大小相等，等于mg.

(2) 选小球为研究对象，小车以加速度a向右运动时，小球所受重力和杆的弹力的合力一定水平向右，此时，弹力F的方向一定指向右上方，只有这样，才能保证小球在竖直方向上保持平衡，水平方向上具有向右的加速度，假设小球所受弹力方向与竖直方向的夹角为θ（如图），根据牛顿第二定律有，$F\sin\theta=ma$，$F\cos\theta=mg$。



解得$F=m\sqrt{g^2+a^2}$,$\tan\theta=\dfrac{a}{g}$。

2.如图所示，固定在小车上的支架的斜杆与竖直杆的夹角为 θ，在斜杆下端固定有质量为 m 的小球，下列关于杆对球的作用力 F 的判断中，正确的是：(D)



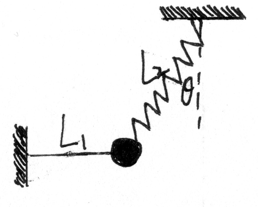
A．小车静止时，$F=mg\sin\theta$，方向沿杆向上。

B．小车静止时，$F=mg\cos\theta$，方向垂直杆向上。

C．小车向右以加速度 a 运动时，一定有 $F=\dfrac{ma}{\sin\theta}$

D.小车向左以加速度 a 运动时，$F=\sqrt{(ma)^2+(mg)^2}$，方向斜向左上方，与竖直方向的夹角为 α，则 $\tan\alpha=\dfrac{a}{g}$.

3. 如图，将一质量为 m 的小球用一条轻绳 L_1 和一条轻弹簧 L_2 系起，L_1 水平，L_2 与竖直方向夹角为 θ。现突然将 L_1 剪断，问剪断瞬间小球所受的合力。

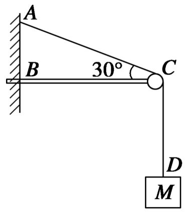


$$F_{合}=mg\tan\theta$$

题中的 L_2 若为轻绳，仍求剪断 L_1 瞬间小球所受的合力？

$$F_{合}=mg\sin\theta$$

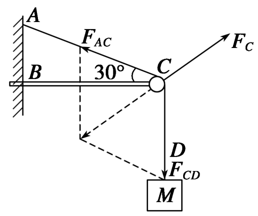
4. 如图所示，轻绳 AD 跨过固定在水平横梁 BC 右端的定滑轮挂住一个质量为 10 kg 的物体，$\angle ACB=30°$，g 取 10 m/s^2，求：



(1)轻绳 AC 段的张力 F_{AC} 的大小；

(2)横梁 BC 对 C 端的支持力的大小及方向.

解析　物体 M 处于平衡状态，根据平衡条件可判断，与物体相连的轻绳拉力大小等于物体的重力，取 C 点为研究对象，进行受力分析，如图所示.



(1)图中轻绳 AD 跨过定滑轮拉住质量为 M 的物体，物体处于平衡状态，绳 AC 段的拉力大小为：$F_{AC}=F_{CD}=Mg=10\times10\text{ N}=100\text{ N}$

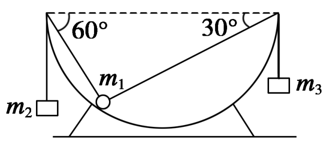
(2)由几何关系得：$F_C=F_{AC}=Mg=100\text{ N}$

方向和水平方向成 30°角斜向右上方

答案　(1)100 N　(2)100 N　方向与水平方向成 30°角斜向右上方

【变题】

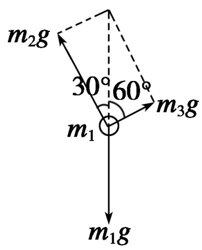
1.如图所示，一光滑的半圆形碗固定在水平面上，质量为 m_1 的小球用轻绳跨过光滑碗连接质量分别为 m_2 和 m_3 的物体，平衡时小球恰好与碗之间没有弹力作用，两绳与水平方向夹角分别为 60°、30°，则 m_1、m_2、m_3 的比值为（　B　）



A．1∶2∶3　　B．2∶$\sqrt{3}$∶1

C．2∶1∶1　　D．2∶1∶$\sqrt{3}$

解析　对 m_1 受力分析，如图所示，则:



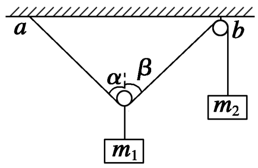
$m_2g = m_1g\cos 30°$

$m_3g = m_1g\cos 60°$,

$m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1$

$m_3 = \frac{1}{2}m_1$，B 正确.

2.在如图 10 所示的装置中，两物体通过一段绳与两个滑轮连在一起，质量分别为 m_1、m_2，悬点 a、b 间的距离远大于滑轮的直径，不计一切摩擦，整个装置处于静止状态．由图可知 (　　)



A．α 一定等于 β　　　　B．m_1 一定大于 m_2

C．m_1 一定小于 $2m_2$　　　　D．m_1 可能大于 $2m_2$

答案　AC

解析　滑轮两侧绳的拉力大小相等，合力竖直向上，所以 A 正确；滑轮两侧绳的拉力大小等于 m_2g，其合力大小等于 m_1g.当滑轮两侧的绳竖直向上时 m_2 最小，等于 m_1 的一半，因滑轮两侧的绳不可能竖直向上，所以 C 正确，B、D 错误.

【高考题】

1.(2012·广东理综·16)如图 10 所示，两根等长的轻绳将日光灯悬挂在天花板上，两绳与竖直方向的夹角都为 45°，日光灯保持水平，所受重力为 G，左右两绳的拉力大小分别为

(B)

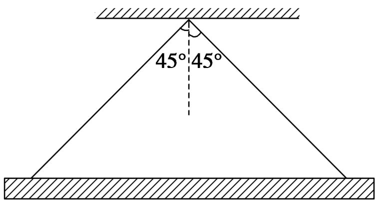


图 10

A．G 和 G　　　　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}G$ 和$\frac{\sqrt{2}}{2}G$

C.$\frac{1}{2}G$ 和$\frac{\sqrt{3}}{2}G$　　　　D.$\frac{1}{2}G$ 和$\frac{1}{2}G$

解析　根据对称性知两绳拉力大小相等，设为 F，日光灯处于平衡状态，由 $2F\cos 45° = G$ 解得 $F = \frac{\sqrt{2}}{2}G$，B 项正确.

含弹簧的物理模型

【概述】

纵观历年的高考试题，和弹簧有关的物理试题占有相当大的比重。高考命题者常以弹簧为载体设计出各类试题，这类试题涉及静力学问题、动力学问题、动量守恒和能量守恒问题、振动问题、功能问题等，几乎贯穿了整个力学的知识体系，能很好地考查学生的综合分析能力。

【特点】

中学物理中的“弹簧”和“橡皮绳”也是理想化模型，具有如下几个特性：

(1)弹力遵循胡克定律 F＝kx，其中 x 是弹簧的形变量。

(2)轻：即弹簧(或橡皮绳)的重力可视为零。

(3)弹簧既能受拉力，也能受压力(沿着弹簧的轴线)，橡皮绳只能受拉力，不能受压力。

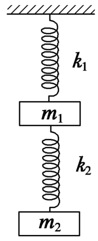
(4)由于弹簧和橡皮绳受力时，其形变较大，发生形变需要一段时间，所以弹簧和橡皮绳中的弹力不能突变。但是，当弹簧和橡皮绳被剪断时，它们产生的弹力立即消失。

【解题】

胡克定律、牛顿第二定律、动能定理、机械能守恒定律、动量定理、动量守恒定律

【例题】

1.如图所示，原长分别为 L_1 和 L_2，劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的轻质弹簧竖直悬挂在天花板上，两弹簧之间有一质量为 m_1 的物体，最下端挂着质量为 m_2 的另一物体，整个装置处于静止状态．求：



(1)这时两弹簧的总长．

(2)若有一个质量为 M 的平板把下面的物体竖直缓慢地向上托起，直到两弹簧的总长度等于两弹簧的原长之和，求这时平板受到下面物体 m_2 的压力．

解析　(1)设上面弹簧的弹力为 F_1，伸长量为 Δx_1，下面弹簧的弹力为 F_2，伸长量为 Δx_2，由物体的平衡及胡克定律有

$F_1 = (m_1 + m_2)g$,

$\Delta x_1 = \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k_1}$

$F_2 = m_2g$,

$\Delta x_2 = \dfrac{m_2g}{k_2}$

所以两弹簧的总长为

$L = L_1 + L_2 + \Delta x_1 + \Delta x_2 = L_1 + L_2 + \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k_1} + \dfrac{m_2g}{k_2}$.

(2)要使两个弹簧的总长度等于两弹簧原长之和，必须是上面弹簧伸长 Δx，下面弹簧缩短 Δx.

对 m_2：$F_N = k_2\Delta x + m_2g$

对 m_1：$m_1g = k_1\Delta x + k_2\Delta x$

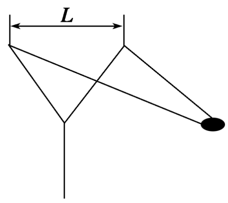
解得：$F_N = m_2g + \dfrac{k_2}{k_1 + k_2}m_1g$

根据牛顿第三定律知

$F_N' = F_N = m_2g + \dfrac{k_2}{k_1 + k_2}m_1g$

答案　(1)$L_1＋L_2＋\dfrac{(m_1＋m_2)g}{k_1}＋\dfrac{m_2g}{k_2}$　　(2)$m_2g＋\dfrac{k_2}{k_1＋k_2}m_1g$

2.如图所示，一个“Y”字形弹弓顶部跨度为 L，两根相同的橡皮条均匀且弹性良好，其自由长度均为 L，在两橡皮条的末端用一块软羊皮(长度不计)做成裹片可将弹丸发射出去．若橡皮条的弹力满足胡克定律，且劲度系数为 k，发射弹丸时每根橡皮条的最大长度为 $2L$(弹性限度内)，则弹丸被发射过程中所受的最大弹力为（　　）



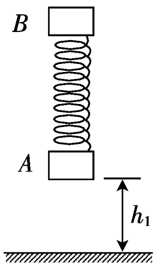
A. $\frac{\sqrt{15}kL}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}kL}{2}$

C．kL　　D．$2kL$

答案　A

解析　橡皮条长度最大时每根橡皮条上的弹力是 kL，设此时两橡皮条间夹角为 θ，则 $\cos\frac{\theta}{2}=\frac{\sqrt{(2L)^2-(\frac{L}{2})^2}}{2L}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，两橡皮条上的弹力合力为 $2kL\cos\frac{\theta}{2}=\frac{\sqrt{15}}{2}kL$，所以 A 对.

3.如图所示，用轻弹簧将质量均为 m＝1 kg 的物块 A 和 B 连接起来，将它们固定在空中，弹簧处于原长状态，A 距地面的高度 h_1＝0.90 m．同时释放两物块，A 与地面碰撞后速度立即变为零，由于 B 压缩弹簧后被反弹，使 A 刚好能离开地面(但不继续上升)．若将 B 物块换为质量为 $2m$ 的物块 C(图中未画出)，仍将它与 A 固定在空中且弹簧处于原长，从 A 距地面的高度为 h_2 处同时释放，C 压缩弹簧被反弹后，A 也刚好能离开地面．已知弹簧的劲度系数 k＝100 N/m，求 h_2 的大小．［答案］　0.5 m



解：设 A 物块落地时，B 物块的速度为 v_1，则有:

$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1$

设 A 刚好离地时，弹簧的形变量为 x，对 A 物块有:

$mg = kx$

从 A 落地后到 A 刚好离开地面的过程中，对于 A、B 及弹簧组成的系统机械能守恒，则有:

$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgx + \Delta E_p$

换成 C 后，设 A 落地时，C 的速度为 v_2，则有:

$\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2 = 2mgh_2$

从 A 落地后到 A 刚好离开地面的过程中，A、C 及弹簧组成的系统机械能守恒，则有:

$\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2 = 2mgx + \Delta E_p$

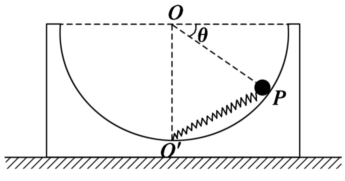
联立解得：$h_2 = 0.5$ m.

【变题】

1.如图所示，将一劲度系数为 k 的轻弹簧一端固定在内壁光滑、半径为 R 的半球形容器底部 O' 处(O 为球心)，弹簧另一端与质量为 m 的小球相连，小球静止于 P 点．已知容器与水平面间的动摩擦因数为 μ，OP 与水平方向间的夹角为 θ＝30°.下列说法正确的是 (CD)

A．水平面对容器有向右的摩擦力 B．轻弹簧对小球的作用力大小为 $\frac{1}{2}mg$

C．容器对小球的作用力大小为 mg　D．弹簧原长为 $R+\frac{mg}{k}$



解析　以容器和小球整体为研究对象，受力分析可知:

竖直方向有：总重力、地面的支持力，水平方向上地面对半球形容器没有摩擦力， A错误.对小球进行受力分析可知，小球受重力、支持力及弹簧的弹力而处于静止状态，由共点力的平衡条件可求得小球受到的轻弹簧的弹力及小球受到的支持力；对小球受力分析如图所示，由几何关系可知，$F_N=F=mg$，故弹簧原长为$R+\frac{mg}{k}$，故B错误，C、D正确.

2.三个质量均为1 kg的相同木块a、b、c和两个劲度系数均为500 N/m的相同轻弹簧p、q用轻绳连接，如图7所示，其中a放在光滑水平桌面上．开始时p弹簧处于原长，木块都处于静止状态．现用水平力F缓慢地向左拉p弹簧的左端，直到c木块刚好离开水平地面为止，g取10 m/s^2.该过程p弹簧的左端向左移动的距离是　　　　　　　　©

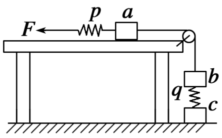


图7

A．4 cm　　　　B．6 cm　　　　C．8 cm　　　　D．10 cm

解析　“缓慢地拉动”说明系统始终处于平衡状态,该过程中p弹簧的左端向左移动的距离等于两个弹簧长度变化量之和；最初，p弹簧处于原长，而q弹簧受到竖直向下的压力$F_{N1}=m_bg=1\times10\text{ N}=10\text{ N}$，所以其压缩量为$x_1=F_{N1}/k=2\text{ cm}$；最终$c$木块刚好离开水平地面，$q$弹簧受到竖直向下的拉力$F_{N2}=m_cg=1\times10\text{ N}=10\text{ N}$，其伸长量为$x_2=F_{N2}/k=2\text{ cm}$，拉力$F=(m_b+m_c)g=2\times10\text{ N}=20\text{ N}$，$p$弹簧的伸长量为$x_3=F/k=4\text{ cm}$，所以所求距离$x=x_1+x_2+x_3=8\text{ cm}$.

追及、相遇模型

【解题】

一、对运动图象物理意义的理解

1.一看“轴”：先要看清两轴所代表的物理量，即图象是描述哪两个物理量之间的关系.

2.二看“线”：图象表示研究对象的变化过程和规律．在$v-t$图象和$x-t$图象中倾斜的直线分别表示物体的速度和位移随时间变化的运动情况.

3.三看“斜率”：$x-t$图象中斜率表示运动物体的速度大小和方向．$V-t$图象中斜率表示运动物体的加速度大小和方向.

4.四看“面积”：即图线和坐标轴所围的面积往往代表一个物理量，但也要看两物理量的乘积有无意义．例如v和t的乘积$vt=x$有意义，所以$v-t$图线与横轴所围“面积”表示位移，$x-t$图象与横轴所围“面积”无意义.

5.五看“截距”：截距一般表示物理过程的初始情况，例如$t=0$时的位移或速度.

6.六看“特殊点”：例如交点、拐点(转折点)等．例如$x-t$图象的交点表示两质点相遇，$v-t$图象的交点表示速度相等.

二、追及与相遇问题

1.分析追及问题的方法技巧可概括为“一个临界条件”、“两个等量关系”.

(1)一个临界条件：速度相等．它往往是物体间能否追上或(两者)距离最大、最小的临界条件，也是分析判断问题的切入点；

(2)两个等量关系：时间关系和位移关系，通过画草图找出两物体的时间关系和位移关系是解题的突破口．

2.主要方法

(1)临界条件法：当二者速度相等时，二者相距最远(最近)．

(2)图象法：画出 $x-t$ 图象或 $v-t$ 图象，然后利用图象进行分析求解．

(3)数学判别式法：设相遇时间为 t，根据条件列方程，得到关于 t 的一元二次方程，用判别式进行讨论，若 $\Delta>0$，即有两个解，说明可以相遇两次；若 $\Delta=0$，说明刚好追上或相遇；若 $\Delta<0$，说明追不上或不能相遇．

3.能否追上的判断方法

物体 B 追赶物体 A：开始时，两个物体相距 x_0.若 $v_A=v_B$ 时，$x_A+x_0<x_B$，则能追上；若 $v_A=v_B$ 时，$x_A+x_0=x_B$，则恰好不相撞；若 $v_A=v_B$ 时，$x_A+x_0>x_B$，则不能追上．

4.若被追赶的物体做匀减速直线运动，一定要注意判断追上前该物体是否已经停止运动．

【例题】

1.甲车以 10 m/s 的速度在平直的公路上匀速行驶，乙车以 4 m/s 的速度与甲车平行同向做匀速直线运动．甲车经过乙车旁边时开始以 0.5 m/s^2 的加速度刹车，从甲车刹车开始计时，求：

(1)乙车在追上甲车前，两车相距的最大距离；

(2)乙车追上甲车所用的时间．

解析 (1)当甲车速度减至等于乙车速度时两车的距离最大，设该减速过程所用时间为 t，

则有 $v_{乙}=v_{甲}-at$，解得 $t=12$ s，

此时甲、乙间距离为 $v_{甲}t-\frac{1}{2}at^2-v_{乙}t=36$ m

(2)设甲车减速到零所需时间为 t_1，则有 $t_1=\frac{v_{甲}}{a}=20$ s

t_1 时间内，$x_{甲}=\frac{v_{甲}}{2}t_1=\frac{10}{2}\times20$ m $=100$ m

$x_{乙}=v_{乙}t_1=4\times20$ m $=80$ m

此后乙车再运动时间 $t_2=\frac{x_{甲}-x_{乙}}{v_{乙}}=\frac{20}{4}$ s $=5$ s，才能追上甲车

故乙车追上甲车需 $t_1+t_2=25$ s.

答案 (1)36 m (2)25 s

方法点拨

（1）解题思路和方法 $\boxed{分析物体运动过程}\rightarrow\boxed{画运动示意图}\rightarrow\boxed{找两物体位移关系}\rightarrow\boxed{列位移方程}$

（2）解题技巧

(1)紧抓“一图三式”，即：过程示意图，时间关系式、速度关系式和位移关系式.

(2)审题应抓住题目中的关键字眼，充分挖掘题目中的隐含条件，如“刚好”、“恰好”、“最多”、“至少”等，它们往往对应一个临界状态，满足相应的临界条件.

2.A、B 两列火车在同一轨道上同向行驶，A 车在前，其速度为 v_A＝10 m/s，B 车在后，其速度为 v_B＝30 m/s.因大雾能见度低，B 车在距 A 车 700 m 时才发现前方有 A 车，这时 B 车立即刹车，但要经过 1 800 mB 车才能停下．问 A 车若按原速度前进，两车是否会相撞？说明理由.

解析　根据题意，B 车刹车过程中的加速度为：

$$a_B=\frac{v_B^2}{2x}=\frac{30^2}{2\times 1\ 800}\ \mathrm{m/s^2}=0.25\ \mathrm{m/s^2},$$

B 车减速至 A 车的速度所用时间

$$t=\frac{v_B-v_A}{a}=\frac{30-10}{0.25}\ \mathrm{s}=80\ \mathrm{s}$$

在 80 s 内，A 车位移 $x_A=v_At=10\times 80\ \mathrm{m}=800\ \mathrm{m}$，

B 车位移 $x_B=v_Bt-\frac{1}{2}at^2$

$$=(30\times 80-\frac{1}{2}\times 0.25\times 80^2)\ \mathrm{m}=1\ 600\ \mathrm{m}.$$

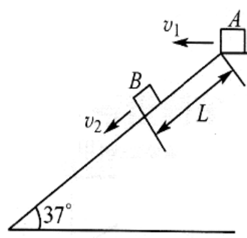
因 $x_B=1\ 600\ \mathrm{m}>x_A+700\ \mathrm{m}=1\ 500\ \mathrm{m}$，

所以两车速度相等之前已经相撞.

【变题】

1.斜面上两物体的相遇

如图所示，一足够长的固定斜面与水平面的夹角为37°，物体 A 以初速度 v_1 从斜面顶端水平抛出，物体 B 在斜面上距顶端 $L=15$ m 处同时以速度 v_2 沿斜面向下匀速运动，经历时间 t 物体 A 和 B 在斜面上相遇，则下列各组速度和时间中满足条件的是（$\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$）（　　）



A. $v_1=16$ m/s，$v_2=15$ m/s，$t=3$ s

B. $v_1=16$ m/s，$v_2=16$ m/s，$t=2$ s

C. $v_1=20$ m/s，$v_2=20$ m/s，$t=3$ s

D. $v_1=20$ m/s，$v_2=16$ m/s，$t=2$ s

解析　物体 A 从抛出到与物体 B 相遇的时间为 t，根据平抛运动规律可知，$\tan 37°=\frac{h}{v_1t}$，$h=\frac{1}{2}gt^2$，则 $t=\frac{3v_1}{2g}$. 因此，物体 A 在时间 t 内水平位移为 $x=\frac{3v_1^2}{2g}$，竖直位移为 $y=\frac{9v_1^2}{8g}$；物体 B 在时间 t 内的位移为 $s_B=v_2t=\frac{3v_1v_2}{2g}$. 由于 A、B 在经历时间 t 后相遇，则 $\sqrt{x^2+y^2}=s_B+L$，联立以上各式解得 $\frac{15v_1^2}{8g}=\frac{3v_1v_2}{2g}+15$. 将选项中的数据代入等式就可以判断 C 正确. 故正确答案为 C.

2.竖直上抛和自由落体中的相碰

以 $v_0=20\ m/s$ 的速度竖直上抛一小球，经 2 s 以相同的初速度在同一点竖直上抛另一小球. g 取 $10\ m/s^2$，则两球相碰处离出发点的高度是 ( )

A. 10 m B. 15 m C. 20 m D. 不会相碰

解析 由于两球竖直上抛的初速度都相同，具有相同的运动规律. 设第二个小球从抛出到与第一个小球相碰所经历的时间为 t. 下面采用两种方法解题：

方法一：两球相碰时离地面的高度都相同，设为 h，则根据竖直上抛运动规律可得

$$h=v_0(t+2)-\frac{1}{2}g(t+2)^2$$

$$h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

联立以上两式并代入数据解得

$$t=1\ s$$

代入上式解得

$$h=15\ m$$

方法二：第一个小球从抛出到最高点时，所用的时间为

$$t_1=\frac{20}{10}\ s=2\ s$$

故在第二个小球抛出时，第一个小球恰好到达最高点，并开始自由下落. 根据对称性可知，上升阶段与下降阶段经过同一位置的速度大小相等，方向相反，则

$$v_0-gt=gt$$

$$h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

联立以上两式并代入数据解得

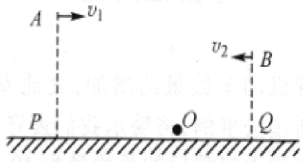
$$t=1\ s$$

$$h=15\ m$$

故两球相碰处离出发点的高度为 15 m，正确答案为 B.

3.平抛运动中的相遇

如图所示，水平地面上有 P、Q 两点，A 点和 B 点分别在 P 点和 Q 点的正上方，距离地面的高度分别为 h_1 和 h_2. 某时刻在 A 点以速度 v_1 水平抛出一个小球，经时间 t 后又在 B 点以速度 v_2 水平抛出另一个球，结果两球同时到达在 P、Q 连线上的 O 点，则 ( )



A. $PO:OQ=v_1h_1:v_2h_2$

B. $v_1h_1^2=v_2h_2^2+t$

C. $PO:OQ=v_1\sqrt{h_1}:v_2\sqrt{h_2}$

D. $v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}}=v_2\sqrt{\frac{2h_2}{g}}+t$

解析 由于两质点同时到达在 P、Q 连线上的 O 点，可以根据时间关系解答本题. 设质点 B 做平抛运动的时间为 t_2，质点 A 做平抛运动的时间为 t_1，则

$$t_1=t_2+t$$

根据平抛运动规律可知

$$h_1=\frac{1}{2}gt_1^2$$

$$PO=v_1t_1$$

$$h_2=\frac{1}{2}gt_2^2$$

$$OQ=v_2t_2$$

联立以上各式解得

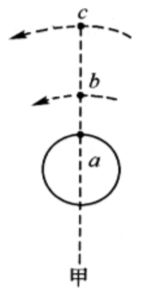
$$PO:OQ=v_1\sqrt{h_1}:v_2\sqrt{h_2}$$

$$v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}}=v_2\sqrt{\frac{2h_2}{g}}+t$$

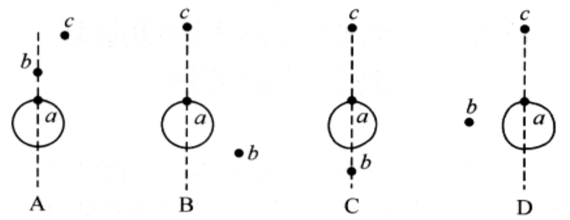
故正确答案为 C、D.

4.天体运动中的追及、相遇

a 是地球赤道上一栋建筑，b 是在赤道平面内做匀速圆周运动、距地面 9.6×10^6 m 的卫星，c 是地球同步卫星．某一时刻 b、c 刚好位于 a 的正上方（如图甲所示），经 48h，a、b、c 的大致位置是图乙中的（取地球半径 $R=6.4\times10^6$ m，地球表面重力加速度 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$，$\pi=\sqrt{10}$）　　　　（　　）



甲

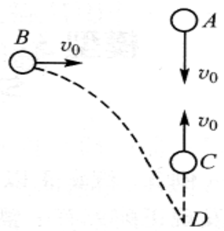


乙

解析　本题就是关于卫星的“相遇”问题，题目要求我们判断经过 48 h 后 a、b、c 的位置，也就是判断它们是否共线．由于题目已知地球表面重力加速度 g，则有 $GM=gR^2$．b、c 绕 a 做匀速圆周运动的向心力由万有引力提供，则对 b 卫星运用万有引力定律可得 $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)$，$h$ 表示 b 卫星离地面的高度．联立以上两式并代入数据可得 b 运行的周期为 $T=2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{gR^2}}=2\times10^4$ s，则 b 在 48h 内转过的圈数为 $n=\frac{48\times60\times60}{2\times10^4}=8.6$，即 b 卫星的位置大概在 a 的右下方．由于 c 为地球同步卫星，与地球相对静止，仍然在 a 的正上方．因此，a、b、c 的大致位置是图乙中的 B 图所示，故正确答案为 B.

5.三个物体的追及、相遇

有 A、B、C 三个小球，A 距地面较高，B 其次，C 最低．A、C 两球在同一竖直线上，相距 10 m，如图所示．三个小球同时开始运动，A 球竖直下抛，B 球平抛，C 球竖直上抛，三球初速度大小相同，5 s 后三球相遇，不考虑空气阻力．求：



（1）三球的初速度大小是多少；

（2）开始运动时，B 球离 C 球的水平距离和竖直高度各是多少？

解析　(1)根据题意可知，三球 5 s 后相遇，设三球的初速度为 v_0，A 球下落的距离为 h_A，B 球竖直下落的距离为 h_B，C 球上升的距离为 h_C．显然，三球不可能在 C 球上升的过程中相遇，而只能在 C 球下落的过程中相遇，设相遇点为 D．以向下为正方向，则

$$h_A=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

$$h_C=-v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

$$h_{AD}=h_{AC}+h_{CD}$$

根据自由落体和竖直上抛运动规律可知

$$h_{AD}=h_A$$

$$h_{CD}=h_C$$

$$h_{AC}=10\mathrm{m}$$

联立以上各式可得

$$v_0t+\frac{1}{2}gt^2=10-v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

代入数据解得

$$v_0=\frac{10}{2\times5}\ \mathrm{m/s}=1\ \mathrm{m/s}$$

(2)B 球经过 5 s 与 C 球相碰，设 B 球与 C 球的水平距离为 s_{BC}，B 球与 C 球的竖直距离为 h_{BC}，则根据平抛运动规律可知

$$s_{BC}=v_0t$$

$$h_{BC}=h_{BD}-h_{CD}$$

$$h_{BD}=\frac{1}{2}gt^2$$

$$h_{CD}=h_C=-v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

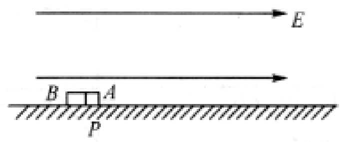
联立以上各式并代入数据解得

$$s_{BC}=5\ \mathrm{m}$$

$$h_{BC}=5\ \mathrm{m}$$

6. 考查电场中的相遇问题

如图所示，水平桌面处有水平向右的匀强电场，场强大小为 $E=2\times10^4$ V/m，A、B 是完全相同的两个小物体，质量均为 $m=0.1$ kg，电量均为 $q=2\times10^{-5}$ C，且都带负电，原来都被按在桌面上的 P 点. 现设法使 A 物体获得和电场 E 同方向的初速度 $v_{A0}=12$ m/s，A 开始运动的加速度大小为 6 m/s^2，经 t 时间后，设法使 B 物体获得和电场 E 同方向的初速度（不计 A、B 两物体间的库仑力）. 求：



(1) 在 A 未与 B 相遇前，A 电势能增量的最大值；

(2) 如果要使 A 尽快与 B 相遇，t 为多大?

解析 (1) 根据题意可知，带负电的物体 A 向右做加速度为 6 m/s^2 的匀减速直线运动，则

$$qE+f=ma_A$$

代入数据解得

$$f=0.2\text{N}$$

由于 $v_{A0}>v_{B0}$，且两物体受到的摩擦力相等，都为 $f=0.2$N，故 B 做匀减速直线运动的加速度与 A 的相同，都为 6 m/s^2. 因此，物体 A 只能在返回的过程中与 B 相遇. 在 A 未与 B 相遇前，物体 A 的速度减为零时，A 的电势能增量最大. 设 s_A 为 A 速度减到零所经过的位移，t_A 为该段位移所用的时间，则

$$s_A=\frac{v_{A0}^2}{2a}=12\text{ m}$$

$$t_A=\frac{v_{A0}}{a}=2\text{ s}$$

故 A 电势能增量的最大值为

$$\Delta E_{A\max}=qEs_A=4.8\text{ J}$$

(2) 为了使 A 尽快与 B 相遇，则须使 B 的速度减为零时与 A 相遇. 设在 B 的速度减为零时所运动的位移为 s_B，所运动的时间为 t_B，则

$$s_B=\frac{v_{B0}^2}{2a}=3\text{ m}$$

$$t_B=\frac{v_{B0}}{a}=1\text{ s}$$

当 A 返回时，水平方向上的电场力和摩擦力不再同方向，设此时的加速度为 a'，则

$$qE-f=ma'$$

代入数据解得　$a'=2$ m/s^2

A 返回运动的距离为

$$s_A'=s_A-s_B=9\text{ m}$$

A 从速度为零到与 B 相碰所用的时间为

$$t_A'=\sqrt{\frac{2s'}{a'}}=3\text{ s}$$

故 A、B 两物体运动的时间间隔为

$$t=t_A+t_A'-t_B=4\text{ s}$$

刹车模型

随着机动车数量的增加,交通安全问题日益凸显.分析交通违法事例,将警示我们遵守交通法规,珍惜生命.一货车严重超载后的总质量为 49 t,以 54 km/h 的速率匀速行驶.发现红灯时司机刹车,货车即做匀减速直线运动,加速度的大小为 $2.5\ \mathrm{m/s^2}$(不超载时则为

(1)若前方无阻挡,问从刹车到停下来此货车在超载和不超载时分别前进多远?

(2)若超载货车刹车时正前方 25 m 处停着总质量为 1 t的轿车,两车将发生碰撞,设相互作用 0.1 s 后获得相同速度,问货车对轿车的平均冲力多大?

解析 (1)设货车刹车时初速度为 v_0,加速度为 a,末速度为 v_t,刹车距离为 s,则

$$s=\frac{v_t^2-v_0^2}{2a}$$

货车经刹车后,最终停下来,即 $v_t=0$. 货车超载时刹车的加速度为 $2.5\ \mathrm{m/s^2}$,不超载时刹车的加速度为 $5\ \mathrm{m/s^2}$,则代入数据解得货车超载时的刹车距离为

$$s_1=45\ \mathrm{m}$$

货车不超载时的刹车距离为

$$s_2=22.5\ \mathrm{m}$$

(2)设货车刹车后经 $s'=25$ m 与轿车碰撞时的初速度大小为 v_1,则

$$v_1=\sqrt{v_0^2-2as'}=\sqrt{225-2\times2.5\times25}\ \mathrm{m/s}=10\ \mathrm{m/s}$$

设两车碰撞后的共同速度为 v_2,货车的质量为 M,轿车的质量为 m,由动量守恒定律可得

$$Mv_1=(M+m)v_2$$

设货车对轿车的作用时间为 Δt,平均冲力大小为 $\overline{F}$,由动量定理得

$$\overline{F}\Delta t=mv_2$$

联立以上各式,代入数据解得

$$\overline{F}=9.8\times10^4\ \mathrm{N}$$

“斜面”模型

【概述】

1．自由释放的滑块能在斜面上(如图 1 甲所示)匀速下滑时，m 与 M 之间的动摩擦因数 $\mu=g\tan\theta$.

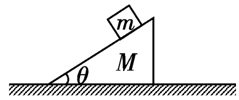


图 1 甲

2．自由释放的滑块在斜面上(如图 1 甲所示)：

(1)静止或匀速下滑时，斜面 M 对水平地面的静摩擦力为零；

(2)加速下滑时，斜面对水平地面的静摩擦力水平向右；

(3)减速下滑时，斜面对水平地面的静摩擦力水平向左。

3．自由释放的滑块在斜面上(如图 1 乙所示)匀速下滑时，M 对水平地面的静摩擦力为零，这一过程中再在 m 上加上任何方向的作用力，(在 m 停止前)M 对水平地面的静摩擦力依然为零.

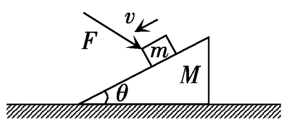


图 1 乙

4．悬挂有物体的小车在斜面上滑行(如图 2 所示)：

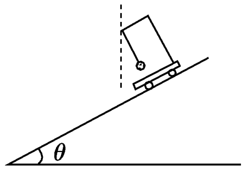


图 2

(1)向下的加速度 $a=g\sin\theta$ 时，悬绳稳定时将垂直于斜面；

(2)向下的加速度 $a>g\sin\theta$ 时，悬绳稳定时将偏离垂直方向向上；

(3)向下的加速度 $a<g\sin\theta$ 时，悬绳将偏离垂直方向向下.

5．在倾角为 θ 的斜面上以速度 v_0 平抛一小球(如图 3 所示)：

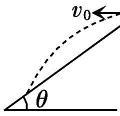


图 3

(1)落到斜面上的时间 $t=\dfrac{2v_0\tan\theta}{g}$；

(2)落到斜面上时，速度的方向与水平方向的夹角 α 恒定，且 $\tan\alpha=2\tan\theta$，与初速度无关；

(3)经过 $t_c=\dfrac{v_0\tan\theta}{g}$ 小球距斜面最远，最大距离 $d=\dfrac{(v_0\sin\theta)^2}{2g\cos\theta}$.

6．如图 4 所示，当整体有向右的加速度 $a=g\tan\theta$ 时，m 能在斜面上保持相对静止．

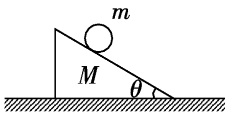


图 4

7．在如图 5 所示的物理模型中，当回路的总电阻恒定、导轨光滑时，ab 棒所能达到的稳定速度 $v_{\rm m}=\dfrac{mgR\sin\theta}{B^2L^2}$.

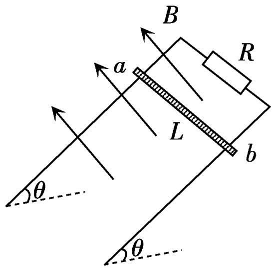


图 5

8．如图 6 所示，当各接触面均光滑时，在小球从斜面顶端滑下的过程中，斜面后退的位移 $s=\dfrac{m}{m+M}L$.

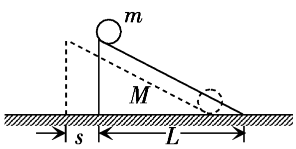


图 6

【例题】

1.如图 7 甲所示，质量为 M、倾角为 θ 的滑块 A 放于水平地面上．把质量为 m 的滑块 B 放在 A 的斜面上．忽略一切摩擦，有人求得 B 相对地面的加速度 $a=\dfrac{M+m}{M+m\sin^2\theta}g\sin\theta$，式中 g 为重力加速度．

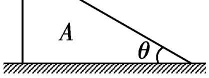


图 7 甲

对于上述解，某同学首先分析了等号右侧的量的单位，没发现问题．他进一步利用特殊条件对该解做了如下四项分析和判断，所得结论都是“解可能是对的”．但是，其中有一项是错误的，请你指出该项[2008 年高考·北京理综卷](　　)

A．当 $\theta=0°$时，该解给出 $a=0$，这符合常识，说明该解可能是对的

B．当 $\theta=90°$时，该解给出 $a=g$，这符合实验结论，说明该解可能是对的

C．当 $M\gg m$ 时，该解给出 $a\approx g\sin\theta$，这符合预期的结果，说明该解可能是对的

D．当 $m\gg M$ 时，该解给出 $a\approx\dfrac{g}{\sin\theta}$，这符合预期的结果，说明该解可能是对的

【解析】当 A 固定时，很容易得出 $a=g\sin\theta$；当 A 置于光滑的水平面时，B 加速下滑的同时 A 向左加速运动，B 不会沿斜面方向下滑，难以求出运动的加速度.

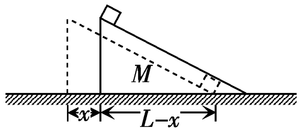


图 7 乙

设滑块 A 的底边长为 L，当 B 滑下时 A 向左移动的距离为 x，由动量守恒定律得：

$M\dfrac{x}{t}=m\dfrac{L-x}{t}$

解得：$x=\dfrac{mL}{M+m}$

当 $m\gg M$ 时，$x\approx L$，即 B 水平方向的位移趋于零，B 趋于自由落体运动且加速度 $a\approx g$.

选项 D 中，当 $m\gg M$ 时，$a\approx\dfrac{g}{\sin\theta}>g$ 显然不可能.

[答案]　D

【点评】本例中，若 m、M、θ、L 有具体数值，可假设 B 下滑至底端时速度 v_1 的水平、竖直分量分别为 v_{1x}、v_{1y}，则有：

$\dfrac{v_{1y}}{v_{1x}}=\dfrac{h}{L-x}=\dfrac{(M+m)h}{ML}$

$\dfrac{1}{2}mv_{1x}{}^2+\dfrac{1}{2}mv_{1y}{}^2+\dfrac{1}{2}Mv_2{}^2=mgh$

$mv_{1x}=Mv_2$

解方程组即可得 v_{1x}、v_{1y}、v_1 以及 v_1 的方向和 m 下滑过程中相对地面的加速度.

2.在倾角为 θ 的光滑斜面上，存在着两个磁感应强度大小相同的匀强磁场，其方向一个垂直于斜面向上，一个垂直于斜面向下(如图 8 甲所示)，它们的宽度均为 L．一个质量为 m、边长也为 L 的正方形线框以速度 v 进入上部磁场时，恰好做匀速运动.

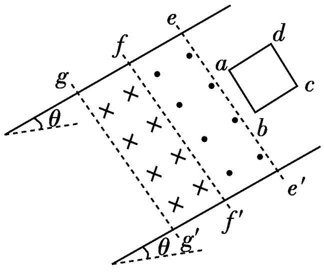


图 8 甲

(1)当 ab 边刚越过边界 ff' 时，线框的加速度为多大，方向如何？

(2)当 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置时，线框又恰好做匀速运动，则线框从开始进入上部磁场到 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置的过程中，线框中产生的焦耳热为多少？(线框的 ab 边在运动过程中始终与磁场边界平行，不计摩擦阻力)

【解析】(1)当线框的 ab 边从高处刚进入上部磁场(如图 8 乙中的位置①所示)时，线框恰好做匀速运动，则有：

$mg\sin\theta=BI_1L$

此时 $I_1=\dfrac{BLv}{R}$

当线框的 ab 边刚好越过边界 ff' (如图 8 乙中的位置②所示)时，由于线框从位置①到位置②始终做匀速运动，此时将 ab 边与 cd 边切割磁感线所产生的感应电动势同向叠加，回路

中电流的大小等于 $2I_1$．故线框的加速度大小为：

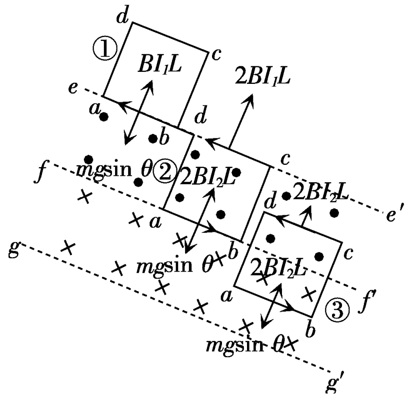


图 8 乙

$a=\dfrac{4BI_1L-mg\sin\theta}{m}=3g\sin\theta$，方向沿斜面向上.

(2)而当线框的 ab 边到达 gg' 与 ff' 的正中间位置(如图 8 乙中的位置③所示)时，线框又恰好做匀速运动，说明 $mg\sin\theta=4BI_2L$

故 $I_2=\dfrac{1}{4}I_1$

由 $I_1=\dfrac{BLv}{R}$可知，此时 $v'=\dfrac{1}{4}v$

从位置①到位置③，线框的重力势能减少了$\dfrac{3}{2}mgL\sin\theta$

动能减少了$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}m(\dfrac{v}{4})^2=\dfrac{15}{32}mv^2$

由于线框减少的机械能全部经电能转化为焦耳热，因此有：

$Q=\dfrac{3}{2}mgL\sin\theta+\dfrac{15}{32}mv^2$.

[答案]　(1)$3g\sin\theta$，方向沿斜面向上

(2)$\dfrac{3}{2}mgL\sin\theta+\dfrac{15}{32}mv^2$

【点评】导线在恒力作用下做切割磁感线运动是高中物理中一类常见题型，需要熟练掌握各种情况下求平衡速度的方法.

【高考题】（动力学中的临界极值问题）

临界或极值条件的标志

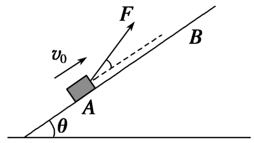
(1)有些题目中有“刚好”、“恰好”、“正好”等字眼，明显表明题述的过程存在着临界点；

(2)若题目中有“取值范围”、“多长时间”、“多大距离”等词语，表明题述的过程存在着“起止点”，而这些起止点往往就对应临界状态；

(3)若题目中有“最大”、“最小”、“至多”、“至少”等字眼，表明题述的过程存在着极值，这个极值点往往是临界点；

(4)若题目要求“最终加速度”、“稳定加速度”等，即是求收尾加速度或收尾速度.

(2013·山东·22)如图所示，一质量 $m=0.4$ kg 的小物块，以 $v_0=2$ m/s 的初速度，在与斜面成某一夹角的拉力 F 作用下，沿斜面向上做匀加速运动，经 $t=2$ s 的时间物块由 A 点运动到 B 点，A、B 之间的距离 $L=10$ m．已知斜面倾角 $\theta=30°$，物块与斜面之间的动摩擦因数 $\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$.重力加速度 g 取 10 m/s^2.



(1)求物块加速度的大小及到达 B 点时速度的大小.

(2)拉力 F 与斜面夹角多大时，拉力 F 最小？拉力 F 的最小值是多少？

解析 (1)设物块加速度的大小为 a，到达 B 点时速度的大小为 v，由运动学公式得

$L=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ ①

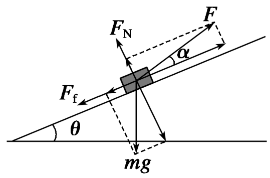
$v=v_0+at$ ②

联立①②式，代入数据得

$a=3$ m/s^2 ③

$v=8$ m/s ④

(2)设物块所受支持力为 F_N，所受摩擦力为 F_f，拉力与斜面间的夹角为 α，受力分析如图所示，由牛顿第二定律得



$F\cos\ \alpha-mg\sin\theta-F_f=ma$ ⑤

$F\sin\alpha+F_N-mg\cos\theta=0$ ⑥

又 $F_f=\mu F_N$ ⑦

联立⑤⑥⑦式得 $F=\frac{mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)+ma}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$ ⑧

由数学知识得 $\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin(60°+\alpha)$

⑨

由⑧⑨式可知对应最小 F 的夹角 $\alpha=30°$ ⑩

联立③⑧⑩式，代入数据得 F 的最小值为 $F_{min}=\frac{13\sqrt{3}}{5}$ N

答案 (1)3 m/s^2 8 m/s (2)30° $\frac{13\sqrt{3}}{5}$ N

规律总结 动力学中的典型临界条件

(1)接触与脱离的临界条件：两物体相接触或脱离，临界条件是：弹力 $F_N=0$.

(2)相对滑动的临界条件：两物体相接触且处于相对静止时，常存在着静摩擦力，则相对滑动的临界条件是：静摩擦力达到最大值.

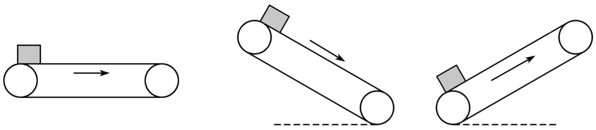
(3)绳子断裂与松弛的临界条件：绳子所能承受的张力是有限度的，绳子断与不断的临界条件是绳中张力等于它所能承受的最大张力，绳子松弛的临界条件是：$F_T=0$.

(4)加速度变化时，速度达到最值的临界条件：当加速度变为零时.

“皮带”（传送带）模型

【概述】

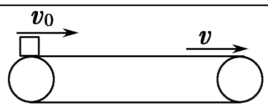
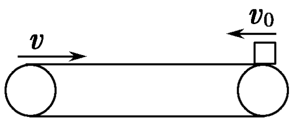
一个物体以速度 $v_0(v_0 \geqslant 0)$在另一个匀速运动的物体上开始运动的力学系统可看做“传送带”模型，如图 (a)、(b)、(c)所示．



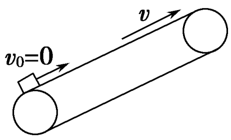
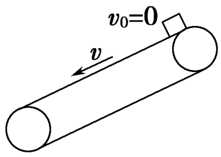
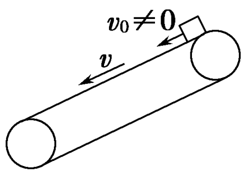
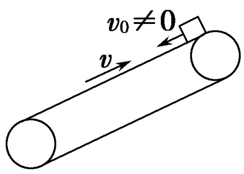
（a）　　（b）　　（c）

【特点】

1.水平传送带

项目	图示	滑块可能的运动情况
情景 1		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速
情景 2		(1)$v_0>v$ 时，可能一直减速，也可能先减速再匀速 (2)$v_0<v$ 时，可能一直加速，也可能先加速再匀速
情景 3		(1)传送带较短时，滑块一直减速达到左端 (2)传送带较长时，滑块还要被传送带传回右端．其中 $v_0>v$ 返回时速度为 v，当 $v_0<v$ 返回时速度为 v_0

2.倾斜传送带

项目	图示	滑块可能的运动情况
情景 1		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速
情景 2		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速 (3)可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速
情景 3		(1)可能一直加速 (2)可能先加速后匀速 (3)可能一直匀速 (4)可能先以 a_1 加速后以 a_2 加速
情景 4		(1)可能一直加速 (2)可能一直匀速 (3)可能先减速后反向加速

【解题】

传送带模型问题包括水平传送带问题和倾斜传送带问题.

(1)水平传送带问题：求解的关键在于对物体所受的摩擦力进行正确的分析判断．判断摩擦力时要注意比较物体的运动速度与传送带的速度，也就是分析物体在运动位移 x(对地)的过程中速度是否和传送带速度相等.物体的速度与传送带速度相等的时刻就是物体所受摩擦力发生突变的时刻.

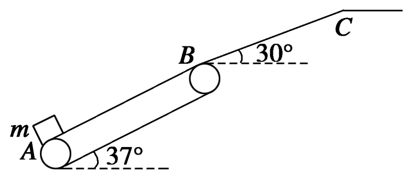
(2)倾斜传送带问题：求解的关键在于认真分析物体与传送带的相对运动情况，从而确定其是否受到滑动摩擦力作用．如果受到滑动摩擦力作用应进一步确定其大小和方向，然后根据物体的受力情况确定物体的运动情况．当物体速度与传送带速度相等时，物体所受的摩擦力有可能发生突变.

【例题】如图所示为某工厂的货物传送装置，倾斜运输带 AB(与水平面成 $\alpha=37°$)与一斜面 BC(与水平面成 $\theta=30°$)平滑连接，B 点到 C 点的距离为 $L=0.6$ m，运输带运行速度恒为 $v_0=5$ m/s，A 点到 B 点的距离为 $x=4.5$ m，现将一质量为 $m=0.4$ kg 的小物体轻轻放于 A 点，物体恰好能到达最高点 C 点，已知物体与斜面间的动摩擦因数 $\mu_1=\frac{\sqrt{3}}{6}$，求：($g=10$ m/s^2，$\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$，空气阻力不计)

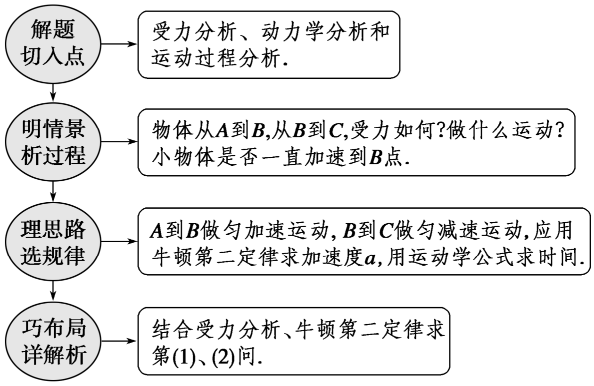
(1)小物体运动到 B 点时的速度 v 的大小；

(2)小物体与运输带间的动摩擦因数 μ；

(3)小物体从 A 点运动到 C 点所经历的时间 t.



审题与关联



解析　(1)设小物体在斜面上的加速度为 a_1，运动到 B 点的速度为 v，由牛顿第二定律得

$mg\sin\theta+\mu_1 mg\cos\theta=ma_1$

由运动学公式知 $v^2=2a_1L$，联立解得 $v=3$ m/s.

(2)因为 $v<v_0$，所以小物体在运输带上一直做匀加速运动，设加速度为 a_2，则由牛顿第二定律知 $\mu mg\cos\alpha-mg\sin\alpha=ma_2$

又因为 $v^2=2a_2x$，联立解得 $\mu=\frac{7}{8}$.

(3)小物体从 A 点运动到 B 点经历时间 $t_1=\frac{v}{a_2}$，从 B 运动到 C 经历时间 $t_2=\frac{v}{a_1}$

联立并代入数据得小物体从 A 点运动到 C 点所经历的时间 $t=t_1+t_2=3.4$ s.

答案 (1)3 m/s (2)$\frac{7}{8}$ (3)3.4 s

方法点拨

解答传送带问题应注意的事项

(1)水平传送带上物体的运动情况取决于物体的受力情况，即物体所受摩擦力的情况；倾斜传送带上物体的运动情况取决于所受摩擦力与重力沿斜面的分力情况.

(2)传送带上物体的运动情况可按下列思路判定：相对运动→摩擦力方向→加速度方向→速度变化情况→共速，

并且明确摩擦力发生突变的时刻是 $v_{物}=v_{传}$.

(3)倾斜传送带问题，一定要比较斜面倾角与动摩擦因数的大小关系.

“滑块—木板模型”

【特点】

上、下叠放两个物体，并且两物体在摩擦力的相互作用下发生相对滑动.

【解题】

△基本思路

(1)分析滑块和木板的受力情况，根据牛顿第二定律分别求出滑块和木板的加速度，注意两过程的连接处加速度可能突变(2)对滑块和木板进行运动情况分析，找出滑块和木板之间的位移关系或速度关系，建立方程。特别注意滑块和木板的位移都是相对地面的位移。

△易失分点

(1)不清楚滑块、滑板的受力情况，求不出各自的加速度。

(2)不清楚物体间发生相对滑动的条件。

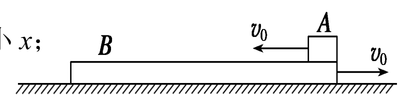
【例题】

如图所示，质量 $M=4.0$ kg 的长木板 B 静止在光滑的水平地面上，在其右端放一质量 $m=1.0$ kg 的小滑块 A(可视为质点)．初始时刻，A、B 分别以 $v_0=2.0$ m/s 向左、向右运动，最后 A 恰好没有滑离 B 板．已知 A、B 之间的动摩擦因数 $\mu=0.40$，取 $g=10$ m/s^2.求：

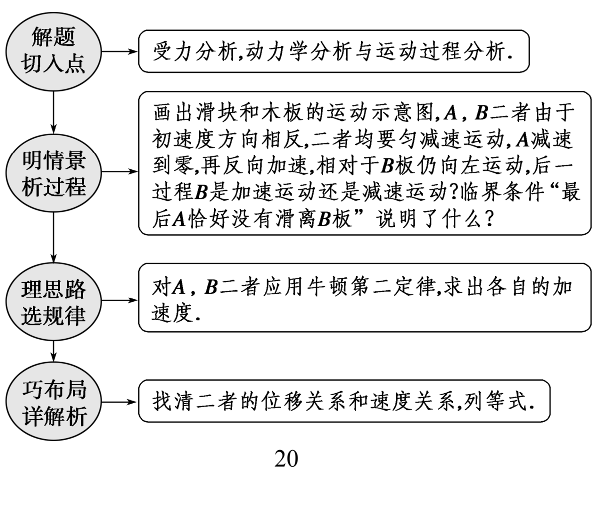
(1)A、B 相对运动时的加速度 a_A 和 a_B 的大小与方向；

(2)A 相对地面速度为零时，B 相对地面运动已发生的位移大小 x；

(3)木板 B 的长度 l.



审题与关联



解析　(1)A、B 分别受到大小为 μmg 的摩擦力作用，根据牛顿第二定律

对 A 有 $\mu mg = ma_A$

则 $a_A = \mu g = 4.0\ \text{m/s}^2$

方向水平向右

对 B 有 $\mu mg = Ma_B$

则 $a_B = \mu mg/M = 1.0\ \text{m/s}^2$

方向水平向左

(2)开始阶段 A 相对地面向左做匀减速运动，设到速度为零时所用时间为 t_1，则 $v_0 = a_At_1$，

解得 $t_1 = v_0/a_A = 0.50\ \text{s}$

B 相对地面向右做匀减速运动 $x = v_0t_1 - \dfrac{1}{2}a_Bt_1^2 = 0.875\ \text{m}$

(3)A 先相对地面向左匀减速运动至速度为零，后相对地面向右做匀加速运动，加速度大小仍为 $a_A = 4.0\ \text{m/s}^2$

B 板向右一直做匀减速运动，加速度大小为 $a_B = 1.0\ \text{m/s}^2$

当 A、B 速度相等时，A 滑到 B 最左端，恰好没有滑离木板 B，故木板 B 的长度为这个全过程中 A、B 间的相对位移.

在 A 相对地面速度为零时，B 的速度

$v_B = v_0 - a_Bt_1 = 1.5\ \text{m/s}$

设由 A 速度为零至 A、B 速度相等所用时间为 t_2，则

$a_At_2 = v_B - a_Bt_2$

解得 $t_2 = v_B/(a_A + a_B) = 0.3\ \text{s}$

共同速度 $v = a_At_2 = 1.2\ \text{m/s}$

从开始到 A、B 速度相等的全过程，利用平均速度公式可知 A 向左运动的位移

$$x_A = \frac{(v_0 - v)(t_1 + t_2)}{2} = \frac{(2 - 1.2)\times(0.5 + 0.3)}{2}\ \text{m} = 0.32\ \text{m}$$

B 向右运动的位移

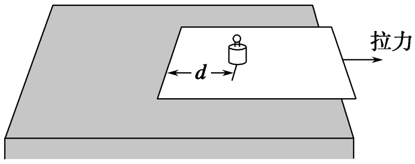
$$x_B = \frac{(v_0 + v)(t_1 + t_2)}{2} = \frac{(2 + 1.2)\times(0.5 + 0.3)}{2}\ \text{m} = 1.28\ \text{m}$$

B 板的长度 $l = x_A + x_B = 1.6\ \text{m}$

答案　(1)A 的加速度大小为 $4.0\ \text{m/s}^2$，方向水平向右　B 的加速度大小为 $1.0\ \text{m/s}^2$，方向水平向左　(2)0.875 m　(3)1.6 m

【高考题】

(2013·江苏卷，14)如图 3－3－9 所示，将小砝码置于桌面上的薄纸板上，用水平向右的拉力将纸板迅速抽出，砝码的移动很小，几乎观察不到，这就是大家熟悉的惯性演示实验．若砝码和纸板的质量分别为 m_1 和 m_2，各接触面间的动摩擦因数均为 μ.重力加速度为 g.



(1)当纸板相对砝码运动时，求纸板所受摩擦力的大小；

(2)要使纸板相对砝码运动，求所需拉力的大小；

(3)本实验中，m_1＝0.5 kg，m_2＝0.1 kg，μ＝0.2，砝码与纸板左端的距离 d＝0.1 m，取 g＝10 m/s^2.若砝码移动的距离超过 l＝0.002 m，人眼就能感知．为确保实验成功，纸板所需的拉力至少多大？

解析　(1)砝码对纸板的摩擦力 $f_1=\mu m_1g$，桌面对纸板的摩擦力 $f_2=\mu(m_1+m_2)g$，$f=f_1+f_2$，解得 $f=\mu(2m_1+m_2)g$.

(2)设砝码的加速度为 a_1，纸板的加速度为 a_2，则，$f_1=m_1a_1$，$F-f_1-f_2=m_2a_2$，发生相对运动 $a_2>a_1$,　解得 $F>2\mu(m_1+m_2)g$

(3)纸板抽出前，砝码运动的距离 $x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2$.纸板运动的距离 $d+x_1=\frac{1}{2}a_2t_1^2$.纸板抽出后，砝码在桌面上运动的距离 $x_2=\frac{1}{2}a_3t_2^2$，$l=x_1+x_2$

由题意知 $a_1=a_3$，$a_1t_1=a_3t_2$

解得 $F=2\mu\left[m_1+\left(1+\frac{d}{l}\right)m_2\right]g$

代入数据得 $F=22.4$ N.

答案　(1)$\mu(2m_1+m_2)g$　(2)$F>2\mu(m_1+m_2)g$

(3) 22.4 N

“平抛”模型之平抛、斜抛

【概述】

一、平抛运动

1．性质：加速度为重力加速度 g 的匀变速曲线运动，运动轨迹是抛物线．

2．基本规律：以抛出点为原点，水平方向(初速度 v_0 方向)为 x 轴，竖直向下方向为 y 轴，建立平面直角坐标系，则：

(1)水平方向：做匀速直线运动，速度 v_x＝v_0，位移 x＝v_0t.

(2)竖直方向：做自由落体运动，速度 v_y＝gt，位移 y＝$\frac{1}{2}gt^2$.

(3)合速度：$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$，方向与水平方向的夹角为 θ，则 $\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{gt}{v_0}$.

(4)合位移：$s=\sqrt{x^2+y^2}$，方向与水平方向的夹角为 α，$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{gt}{2v_0}$.

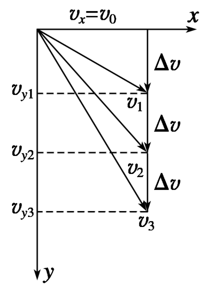
平抛运动的基本规律

1．飞行时间：由 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$知，时间取决于下落高度 h，与初速度 v_0 无关．

2．水平射程：$x=v_0t=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$，即水平射程由初速度 v_0 和下落高度 h 共同决定，与其他因素无关．

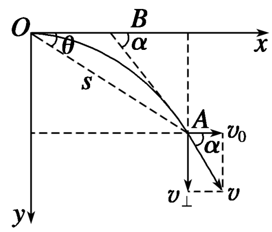
3．落地速度：$v_t=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+2gh}$，以 θ 表示落地速度与 x 轴正方向的夹角，有 $\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$，所以落地速度也只与初速度 v_0 和下落高度 h 有关．

4．速度改变量：因为平抛运动的加速度为重力加速度 g，所以做平抛运动的物体在任意相等时间间隔 Δt 内的速度改变量 $\Delta v=g\Delta t$ 相同，方向恒为竖直向下，如图所示．



5．两个重要推论

(1)做平抛(或类平抛)运动的物体任一时刻的瞬时速度的反向延长线一定通过此时水平位移的中点，如图中 A 点和 B 点所示．

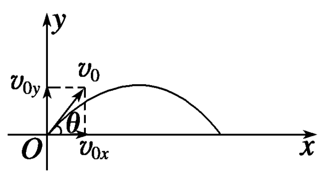


(2)做平抛(或类平抛)运动的物体在任意时刻任一位置处，设其速度方向与水平方向的夹角为 α，位移与水平方向的夹角为 θ，则 $\tan\alpha=2\tan\theta$.

二、斜抛运动

1．运动性质　加速度为 g 的匀变速曲线运动，轨迹为抛物线．

2．基本规律(以斜向上抛为例说明，如图所示)



(1)水平方向：$v_{0x}=\underline{v_0\cos\theta}$，$F_{合x}=0$.

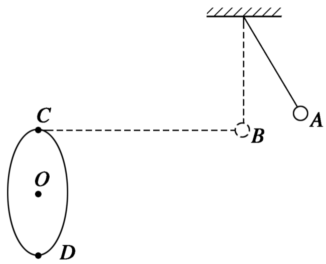
(2)竖直方向：$v_{0y}=\underline{v_0\sin\theta}$，$F_{合y}=mg$.

【例题】

有一项人体飞镖项目，可将该运动简化为以下模型(如图所示)：手握飞镖的小孩用一根不可伸长的细绳系于天花板下，在 A 处被其父亲沿垂直细绳方向推出，摆至最低处 B 时小孩松手，飞镖依靠惯性沿 BC 飞出命中竖直放置的圆形靶的靶心 O，圆形靶的最高点 C 与 B 点在同一高度，A、B、C 三点处在同一竖直平面内，且 BC 与圆形靶平面垂直．已知小孩质量为 m，细绳长为 L，B、C 两点之间的距离为 d，靶的半径为 R，A、B 两点之间的高度差为 h.不计空气阻力，小孩和飞镖均可视为质点，重力加速度为 g.

(1)求小孩在 A 处被推出时的初速度大小；

(2)如果飞镖脱手时沿 BC 方向速度不变，但由于小孩手臂的水平抖动使其获得了一个垂直于 BC 的水平速度 v_1，要让飞镖能够击中圆形靶，求 v_1 的取值范围.



解析 (1)设飞镖从 B 点平抛运动到 O 点的时间为 t，从 B 点抛出的速度为 v，则有 $d=vt$

$R=\frac{1}{2}gt^2$

由机械能守恒定律得

$\frac{1}{2}mv_0^2+mgh=\frac{1}{2}mv^2$

联立以上三式解得 $v_0=\sqrt{\frac{d^2g}{2R}-2gh}$

(2)因 BC 方向的速度不变，则从 B 到靶的时间 t 不变，竖直方向上的位移仍为 R，则靶上的击中点一定与靶心 O 在同一高度上，则垂直于 BC 的水平位移一定小于 R，因此有

$v_1t<R$

可得 $v_1<\sqrt{\frac{Rg}{2}}$

答案 (1) $\sqrt{\frac{d^2g}{2R}-2gh}$ (2)$v_1<\sqrt{\frac{Rg}{2}}$

规律总结

“化曲为直”思想——平抛运动的基本求解方法

在研究平抛运动问题时，根据运动效果的等效性，利用运动分解的方法，将其转化为我们所熟悉的两个方向上的直线运动，即水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动．再运用运动合成的方法求出平抛运动的规律．这种处理问题的方法可以变曲线运动为直线运动，变复杂运动为简单运动，是处理曲线运动问题的一种重要的思想方法.

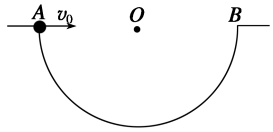
平抛运动的三种分解思路:

(1)分解速度：$v_{合}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+(gt)^2}$

(2)分解位移：$x=v_0t$，$y=\frac{1}{2}gt^2$，$\tan\theta=\frac{y}{x}$

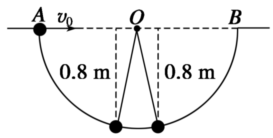
(3)分解加速度

【变题】
如图，从半径为 R＝1 m 的半圆 AB 上的 A 点水平抛出一个可视为质点的小球，经 t＝0.4 s 小球落到半圆上，已知当地的重力加速度 g＝10 m/s^2，则小球的初速度 v_0 可能为 (AD)



A．1 m/s　　B．2 m/s　　C．3 m/s　　D．4 m/s

解析　由于小球经 0.4 s 落到半圆上，下落的高度 $h=\frac{1}{2}gt^2=0.8$ m，位置可能有两处，如图所示．



第一种可能：小球落在半圆左侧，

$v_0t=R-\sqrt{R^2-h^2}=0.4$ m，$v_0=1$ m/s

第二种可能：小球落在半圆右侧，

$v_0t=R+\sqrt{R^2-h^2}$，$v_0=4$ m/s，选项 A、D 正确．

平抛模型之多体的平抛问题

【解题】求解多体平抛问题的三点注意

(1)若两物体同时从同一高度(或同一点)抛出，则两物体始终在同一高度，二者间距只取决于两物体的水平分运动．

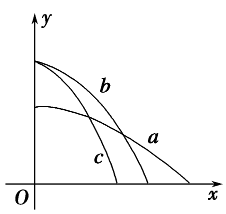
(2)若两物体同时从不同高度抛出，则两物体高度差始终与抛出点高度差相同，二者间距由两物体的水平分运动和竖直高度差决定．

(3)若两物体从同一点先后抛出，两物体竖直高度差随时间均匀增大，二者间距取决于两物体的水平分运动和竖直分运动．

【例题】 (2012・**课标全国卷**，15)如图所示，x 轴在水平地面内，y 轴沿竖直方向．图中画出了从 y 轴上沿 x 轴正向抛出的三个小球 a、b 和 c 的运动轨迹，其中 b 和 c 是从同一点抛出的．不计空气阻力，则(BD)．

A．a 的飞行时间比 b 的长　　B．b 和 c 的飞行时间相同

C．a 的水平速度比 b 的小　　D．b 的初速度比 c 的大



审题指导　关键点：看图获信息

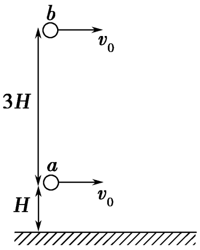
(1)小球 b、c 的高度相同 $\longrightarrow t_b=t_c$

(2)小球 a 的高度比 b 的低 $\longrightarrow t_a<t_b$

(3)由图可知 $x_a>x_b>x_c$

解析　根据平抛运动的规律 $h=\frac{1}{2}gt^2$，得 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$，因此平抛运动的时间只由高度决定，因为 $h_b=h_c>h_a$，所以 b 与 c 的飞行时间相同，大于 a 的飞行时间，因此选项 A 错误、选项 B 正确；又因为 $x_a>x_b$，而 $t_a<t_b$，所以 a 的水平初速度比 b 的大，选项 C 错误；做平抛运动的物体在水平方向上做匀速直线运动，b 的水平位移大于 c，而 $t_b=t_c$，所以 $v_b>v_c$，即 b 的水平初速度比 c 的大，选项 D 正确.

(2013·**深圳模拟**)如图所示，在距水平地面 H 和 $4H$ 高度处，同时将质量相同的 a、b 两小球以相同的初速度 v_0 水平抛出，则以下判断正确的是(　C　).



A．a、b 两小球同时落地

B．两小球落地速度方向相同

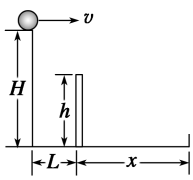
C．a、b 两小球水平位移之比为 1∶2

D．a、b 两小球水平位移之比为 1∶4

解析　a、b 两小球均做平抛运动，由于下落时间 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$，水平位移 $x=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$，将 $h_a=H$，$h_b=4H$ 代入上述关系式可得 A、D 错误，C 正确；两小球落地时速度方向均与落地点沿轨迹的切线方向一致，所以 B 错误.

平抛运动中的临界问题

【例 3】　如图所示，水平屋顶高 $H=5$ m，围墙高 $h=3.2$ m，围墙到房子的水平距离 $L=3$ m，围墙外空地宽 $x=10$ m，为使小球从屋顶水平飞出落在围墙外的空地上，g 取 10 m/s^2. 求：



(1)小球离开屋顶时的速度 v_0 的大小范围；

(2)小球落在空地上的最小速度.

解析　(1)设小球恰好落到空地的右侧边缘时的水平初速度为 v_{01}，则小球的水平位移:

$L+x=v_{01}t_1$

小球的竖直位移：$H=\frac{1}{2}gt_1^2$

解以上两式得

$v_{01}=(L+x)\sqrt{\frac{g}{2H}}=13$ m/s

设小球恰好越过围墙的边缘时的水平初速度为 v_{02}，则此过程中小球的水平位移:

$L=v_{02}t_2$

小球的竖直位移：$H-h=\frac{1}{2}gt_2^2$

解以上两式得：$v_{02}=5$ m/s

小球抛出时的速度大小为 5 m/s≤v_0≤13 m/s

(2)小球落在空地上，下落高度一定，落地时的竖直分速度一定，当小球恰好越过围墙的边缘落在空地上时，落地速度最小.

竖直方向：$v_y^2=2gH$

又有：$v_{\min}=\sqrt{v_{02}^2+v_y^2}$

解得：$v_{\min}=5\sqrt{5}$ m/s

答案 (1)5 m/s≤v_0≤13 m/s (2)$5\sqrt{5}$ m/s

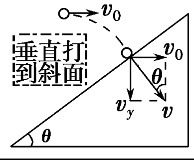
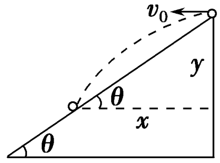
方法点拨

1. 本题使用的是极限分析法，v_0 不能太大，否则小球将落在空地外边；v_0 又不能太小，否则被围墙挡住而不能落在空地上. 因而只要分析落在空地上的两个临界状态，即可解得所求的范围.
2. 从解答中可以看到，解题过程中画出示意图的重要性，它既可以使抽象的物理情境变得直观，也可以使隐藏于问题深处的条件显露无遗. 小球落在墙外的空地上，其速度最大值所对应的落点位于空地的外侧边缘，而其速度最小值所对应的落点却不是空地的内侧边缘，而是围墙的最高点，这一隐含的条件只有在示意图中才能清楚地显露出来.

"平抛＋斜面"模型

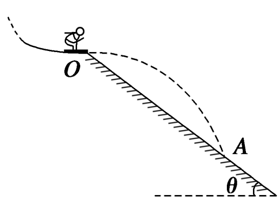
【解题】

斜面上的平抛运动问题是一种常见的题型，在解答这类问题时除要运用平抛运动的位移和速度规律，还要充分运用斜面倾角，找出斜面倾角同位移和速度与水平方向夹角的关系，从而使问题得到顺利解决。

方法	内容	实例		总结
		斜面	求小球平抛时间	
分解速度	水平 $v_x=v_0$ 竖直 $v_y=gt$ 合速度 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$		如图，$v_y=gt$，$\tan\theta=\frac{v_0}{v_y}=\frac{v_0}{gt}$，故 $t=\frac{v_0}{g\tan\theta}$	分解速度，构建速度三角形
分解位移	水平 $x=v_0t$ 竖直 $y=\frac{1}{2}gt^2$ 合位移 $x_{合}=\sqrt{x^2+y^2}$		如图，$x=v_0t$，$y=\frac{1}{2}gt^2$，而 $\tan\theta=\frac{y}{x}$，联立得 $t=\frac{2v_0\tan\theta}{g}$	分解位移，构建位移三角形

【例题】

如图所示，一名跳台滑雪运动员经过一段时间的加速滑行后从 O 点水平飞出，经过 3 s 落到斜坡上的 A 点．已知 O 点是斜坡的起点，斜坡与水平面的夹角 $\theta=37°$，运动员的质量 $m=50$ kg.不计空气阻力($\sin 37°=0.6$，$\cos 37°=0.8$；g 取 10 m/s^2)．求：



(1)A 点与 O 点的距离 L；

(2)运动员离开 O 点时的速度大小；

(3)运动员从 O 点飞出开始到离斜坡距离最远所用的时间．

解析　(1)运动员在竖直方向做自由落体运动，有

$L\sin 37° = \frac{1}{2}gt^2$，

$L = \frac{gt^2}{2\sin 37°} = 75$ m.

(2)设运动员离开 O 点时的速度为 v_0，运动员在水平方向的分运动为匀速直线运动，有

$L\cos 37° = v_0t$，

即 $v_0 = \frac{L\cos 37°}{t} = 20$ m/s.

(3)解法一　运动员的平抛运动可分解为沿斜面方向的匀加速运动(初速度为 $v_0\cos 37°$、加速度为 $g\sin 37°$)和垂直斜面方向的类竖直上抛运动(初速度为 $v_0\sin 37°$、加速度为 $g\cos 37°$).

当垂直斜面方向的速度减为零时，运动员离斜坡最远，有

$v_0\sin 37° = g\cos 37°\cdot t$，解得 $t = 1.5$ s

解法二　当运动员的速度方向平行于斜坡或与水平方向成37°角时，运动员离斜坡最远，有$\frac{gt}{v_0} = \tan 37°$，$t = 1.5$ s.

答案　(1)75 m　(2)20 m/s　(3)1.5 s

规律总结

常见平抛运动模型运动时间的计算方法

(1)在水平地面正上方 h 处平抛：

由 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 知 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$，即 t 由高度 h 决定.

(2)在半圆内的平抛运动(如图 1)，由半径和几何关系制约时间 t：

$h=\frac{1}{2}gt^2$

$R\pm\sqrt{R^2-h^2}=v_0t$

联立两方程可求 t.

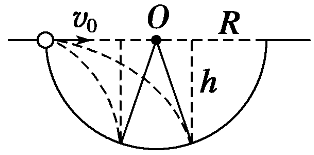


图 1

(3)斜面上的平抛问题(如图 2)：

①顺着斜面平抛

方法：分解位移

$x = v_0t$

$y = \frac{1}{2}gt^2$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

可求得 $t = \frac{2v_0\tan\theta}{g}$

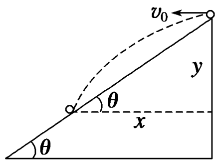


图 2

②对着斜面平抛(如图 3)

方法：分解速度

$v_x = v_0$

$v_y = gt$

$\tan\theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{gt}$

可求得 $t = \frac{v_0}{g\tan\theta}$

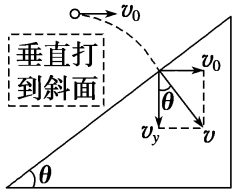


图 3

(4)对着竖直墙壁平抛(如图 4)

水平初速度 v_0 不同时，虽然落点不同，但水平位移 d 相同.

$T = \frac{d}{v_0}$

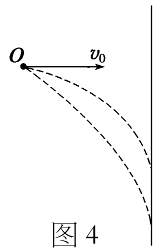


图 4

类平抛问题模型的分析方法

【解题】类平抛运动在高考中常被考到，特别是带电粒子在电场中偏转时的类平抛运动考查到的概率很大.

1. 类平抛运动的受力特点　物体所受的合外力为恒力，且与初速度的方向垂直.

2. 类平抛运动的运动特点

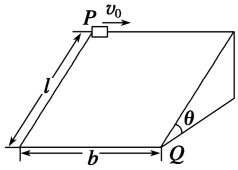
在初速度 v_0 方向上做匀速直线运动，在合外力方向上做初速度为零的匀加速直线运动，加速度 $a = \frac{F_合}{m}$.

3. 类平抛运动的求解方法

(1)常规分解法：将类平抛运动分解为沿初速度方向的匀速直线运动和垂直于初速度方向(即沿合外力的方向)的匀加速直线运动．两分运动彼此独立，互不影响，且与合运动具有等时性.

(2)特殊分解法：对于有些问题，可以过抛出点建立适当的直角坐标系，将加速度 a 分解为 a_x、a_y，初速度 v_0 分解为 v_x、v_y，然后分别在 x、y 方向列方程求解.

【例题】如图所示的光滑斜面长为 l，宽为 b，倾角为 θ，一物块(可看成质点)沿斜面左上方顶点 P 水平射入，恰好从底端 Q 点离开斜面，试求：



(1)物块由 P 运动到 Q 所用的时间 t；

(2)物块由 P 点水平射入时的初速度 v_0；

(3)物块离开 Q 点时速度的大小 v.

解析　(1)沿斜面向下的方向有 $mg\sin\theta = ma$，$l = \frac{1}{2}at^2$

联立解得 $t = \sqrt{\frac{2l}{g\sin\theta}}$.

(2)沿水平方向有 $b = v_0t$

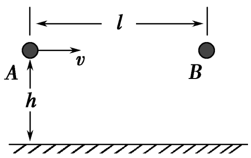
$v_0 = \frac{b}{t} = b\sqrt{\frac{g\sin\theta}{2l}}$.

(3)物块离开 Q 点时的速度大小 $v = \sqrt{v_0^2 + (at)^2} = \sqrt{\frac{(b^2 + 4l^2)g\sin\theta}{2l}}$.

答案　(1) $\sqrt{\frac{2l}{g\sin\theta}}$　(2)$b\sqrt{\frac{g\sin\theta}{2l}}$(3) $\sqrt{\frac{(b^2+4l^2)g\sin\theta}{2l}}$

【高考题】

1．(2012·**江苏卷**，6)如图所示，相距 l 的两小球 A、B 位于同一高度 h(l、h 均为定值)．将 A 向 B 水平抛出的同时，B 自由下落．A、B 与地面碰撞前后，水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反．不计空气阻力及小球与地面碰撞的时间，则(　　).



A．A、B 在第一次落地前能否相碰，取决于 A 的初速度

B．A、B 在第一次落地前若不碰，此后就不会相碰

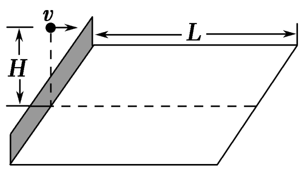
C．A、B 不可能运动到最高处相碰

D．A、B 一定能相碰

解析　由题意知 A 做平抛运动，即水平方向做匀速直线运动，竖直方向为自由落体运动；B 为自由落体运动，A、B 竖直方向的运动相同，二者与地面碰撞前运动时间 t_1 相同，且 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$，若第一次落地前相碰，只要满足 A 运动时间 $t = \frac{l}{v} < t_1$，即 $v > \frac{l}{t_1}$，所以选项 A 正确；因为 A、B 在竖直方向的运动同步，始终处于同一高度，且 A 与地面相碰后水平速度不变，所以 A 一定会经过 B 所在的竖直线与 B 相碰．碰撞位置由 A 球的初速度决定，故选项 B、C 错误，选项 D 正确．

答案　AD

2．(2011·**广东卷**，17)如图所示，在网球的网前截击练习中，若练习者在球网正上方距地面 H 处，将球以速度 v 沿垂直球网的方向击出，球刚好落在底线上．已知底线到网的距离为 L，重力加速度取 g，将球的运动视作平抛运动，下列表述正确的是(　　)．



A．球的速度 v 等于 $L\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$

B．球从击出至落地所用时间为$\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

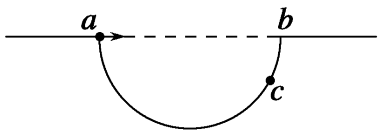
C．球从击球点至落地点的位移等于 L

D．球从击球点至落地点的位移与球的质量有关

解析　球做平抛运动，则其在竖直方向做自由落体运动，由 $H=\frac{1}{2}gt^2$ 得 $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$，故 B 正确，水平方向做匀速运动，由 $L=vt$ 得 $v=\frac{L}{t}=L\sqrt{\frac{g}{2H}}$，可知 A 正确．球从击球点到落地点的位移 $s=\sqrt{H^2+L^2}$与 m 无关，可知 C、D 错误．

答案　AB

3．(2011·**海南卷**，15)如图所示，水平地面上有一个坑，其竖直截面为半圆，ab 为沿水平方向的直径．若在 a 点以初速度 v_0 沿 ab 方向抛出一小球，小球会击中坑壁上的 c 点．已知 c 点与水平地面的距离为圆半径的一半，求圆的半径．



解析　小球做平抛运动

落到 c 点时的竖直位移为 $y=\frac{R}{2}=R\sin 30°$

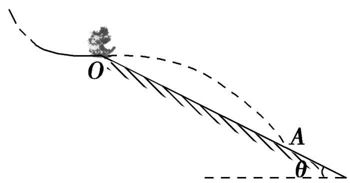
而 $y=\frac{1}{2}gt^2$ 即$\frac{R}{2}=\frac{1}{2}gt^2$

水平位移 $x=R+R\cos 30°$，而 $x=v_0t$

联立得 $R=\dfrac{4v_0^2}{(7+4\sqrt{3})g}=(28-16\sqrt{3})\dfrac{v_0^2}{g}$

答案　$(28-16\sqrt{3})\dfrac{v_0^2}{g}$

4．(2010·**北京卷**，22)如图所示，跳台滑雪运动员经过一段加速滑行后从 O 点水平飞出，经 3.0 s 落到斜坡上的 A 点．已知 O 点是斜坡的起点，斜坡与水平面的夹角 $\theta=37°$，运动员的质量 $m=50$ kg.不计空气阻力．(取 sin 37°＝0.60，cos 37°＝0.80；g 取 10 m/s^2)求



(1)A 点与 O 点的距离 L；

(2)运动员离开 O 点时的速度大小；

(3)运动员落到 A 点时的动能．

解析　(1)运动员在竖直方向做自由落体运动，有

$L\sin 37° = \frac{1}{2}gt^2$

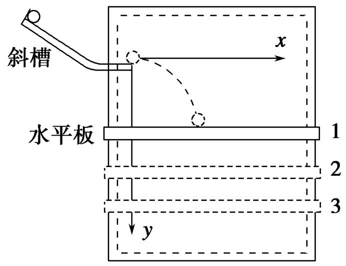
A 点与 O 点的距离 $L = \frac{gt^2}{2\sin 37°} = 75\ \text{m}$

(2)设运动员离开 O 点的速度为 v_0，运动员在水平方向做匀速直线运动，即 $L\cos 37° = v_0t$，解得 $v_0 = \frac{L\cos 37°}{t} = 20\ \text{m/s}$

(3)由机械能守恒，取 A 点为重力势能零点，运动员落到 A 点时的动能为 $E_{kA} = mgL\sin 37° + \frac{1}{2}mv_0^2 = 32\ 500\ \text{J}$

答案　(1)75 m　(2)20 m/s　(3)32 500 J

5．(2013·北京·19)在实验操作前应该对实验进行适当的分析．研究平抛运动的实验装置示意图如图所示．小球每次都从斜槽的同一位置无初速度释放，并从斜槽末端水平飞出．改变水平板的高度，就改变了小球在板上落点的位置，从而可描绘出小球的运动轨迹．某同学设想小球先后三次做平抛运动，将水平板依次放在如图 1、2、3 的位置，且 1 与 2 的间距等于 2 与 3 的间距．若三次实验中，小球从抛出点到落点的水平位移依次为 x_1、x_2、x_3，机械能的变化量依次为 ΔE_1、ΔE_2、ΔE_3，忽略空气阻力的影响，下面分析正确的是　　(　　)



A．$x_2-x_1=x_3-x_2$，$\Delta E_1=\Delta E_2=\Delta E_3$

B．$x_2-x_1>x_3-x_2$，$\Delta E_1=\Delta E_2=\Delta E_3$

C．$x_2-x_1>x_3-x_2$，$\Delta E_1<\Delta E_2<\Delta E_3$

D．$x_2-x_1<x_3-x_2$，$\Delta E_1<\Delta E_2<\Delta E_3$

答案　B

解析　不计空气阻力，小球在运动过程中机械能守恒，所以 $\Delta E_1 = \Delta E_2 = \Delta E_3 = 0$.小球在水平方向上做匀速运动，在竖直方向上做匀加速运动，又因 $y_{12} = y_{23}$，所以 $t_{12} > t_{23}$，$x_2 - x_1 > x_3 - x_2$，由以上分析可知选项 B 正确.

圆周运动

一、描述圆周运动的物理量

1．线速度：描述物体圆周运动快慢的物理量．$v=\frac{s}{t}=\frac{2\pi r}{T}=2\pi rf$.

定义：弧长 s 与通过这段弧长所用时间 t 的比值。单位 *m/s*。矢量，方向为该点切线方向。

2．角速度：描述物体绕圆心转动快慢的物理量．$\omega=\frac{\varphi}{t}=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$

定义：半径转过的角度 ϕ 跟所用时间 t 的比值叫做圆周运动的角速度。单位弧度/秒*(rad/s)*

3．周期和频率：描述物体绕圆心转动快慢的物理量．$T=\frac{2\pi r}{v}$，$T=\frac{1}{f}$.

匀速圆周运动的物体运动一周所用的时间叫做周期，用符号 T 表示，国际单位是 s。
每秒钟转过的圈数叫做频率，用符号 f 表示，国际单位是 Hz 。

4．向心加速度：描述速度方向变化快慢的物理量．$a_n=r\omega^2=\frac{v^2}{r}=\omega v=\frac{4\pi^2}{T^2}r$.

5．向心力：作用效果产生向心加速度，$F_n=ma_n$.

6．相互关系：(1)$v=\omega r=\frac{2\pi}{T}r=2\pi rf$.

(2)$a_n=\frac{v^2}{r}=r\omega^2=\omega v=\frac{4\pi^2}{T^2}r=4\pi^2f^2r$.　(3)$F_n=ma_n=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=mr\frac{4\pi^2}{T^2}=mr4\pi^2f^2$.

二、匀速圆周运动和非匀速圆周运动

1．匀速圆周运动

(1)定义：线速度大小不变的圆周运动 .

(2)性质：向心加速度大小不变，方向总是指向圆心的变加速曲线运动．

(3)质点做匀速圆周运动的条件：合力大小不变，方向始终与速度方向垂直且指向圆心．

2．非匀速圆周运动

(1)定义：线速度大小、方向均发生变化的圆周运动．

(2)合力的作用

①合力沿速度方向的分量 F_t 产生切向加速度，$F_t=ma_t$，它只改变速度的方向．

②合力沿半径方向的分量 F_n 产生向心加速度，$F_n=ma_n$，它只改变速度的大小．

三、离心运动

1．本质：做圆周运动的物体，由于本身的惯性，总有沿着圆周切线方向飞出去的倾向．

2．受力特点(如图 2 所示)

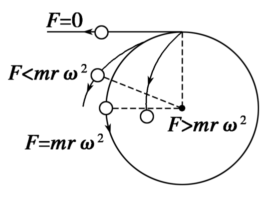


图 2

(1)当 $F=mr\omega^2$ 时，物体做匀速圆周运动.

(2)当 $F=0$ 时，物体沿切线方向飞出.

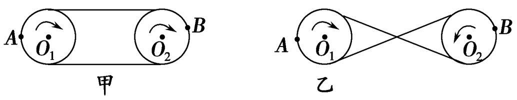
(3)当 $F<mr\omega^2$ 时，物体逐渐远离圆心，F 为实际提供的向心力.

(4)当 $F>mr\omega^2$ 时，物体逐渐向圆心靠近，做向心运动.

规律总结

1. 高中阶段所接触的传动主要有:

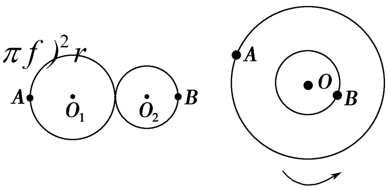
(1)皮带传动(线速度大小相等)：如图甲、乙所示，皮带与两轮之间无相对滑动时，两轮边缘线速度大小相等，即 $v_A=v_B$.



甲　　　乙

(2) 摩擦传动(线速度大小相等)：如下图甲所示，两轮边缘接触，接触点无打滑现象时，两轮边缘线速度大小相等，即 $v_A=v_B$.

$$F_{向}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m(\frac{2\pi}{T})^2 r=m(2\pi f)^2 r$$



甲　　　乙

(3) 同轴传动(角速度相等) 如上图乙所示，两轮固定在一起绕同一转轴转动，两轮转动的角速度大小相等，即 $\omega_A=\omega_B$.

(4) 齿轮传动(线速度大小相等);

2. 传动装置的特点：(1)同轴传动：固定在一起共轴转动的物体上各点角速度相同；(2)皮带传动、齿轮传动和摩擦传动：皮带(或齿轮)传动和不打滑的摩擦传动的两轮边缘上各点线速度大小相等.

四、向心力

1.“向心力”是一种效果力。

任何一个力，或者几个力的合力，或者某个力的一个分力，只要其效果是使物体做匀速圆周运动的，都可以作为向心力。

$$F_{向}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m(\frac{2\pi}{T})^2 r=m(2\pi f)^2 r$$

2.向心力的确定

(1)做匀速圆周运动物体所受的合力为向心力

(2)做圆周运动物体沿半径方向的力为向心力

当做圆周运动物体所受的合力不指向圆心时，可以将它沿半径方向和切线方向正交分解，其沿半径方向的分力为向心力，只改变速度的方向，不改变速度的大小；其沿切线方向的分力为切向力，只改变速度的大小，不改变速度的方向。

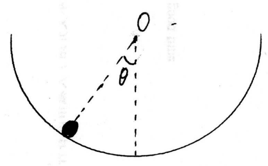
相应地，向心加速度描述速度方向变化的快慢，切向加速度描述速度大小变化的快慢。

“水平面圆周运动”模型

【特点】由物体的重力与弹力的合力充当向心力，向心力的方向水平。也可以说是其中弹力的水平分力提供向心力（弹力的竖直分力和重力互为平衡力）。

【例题】

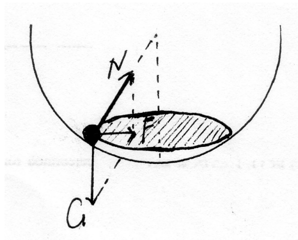
1.小球在半径为 R 的光滑半球内做水平面内的匀速圆周运动，小球与半球球心连线跟竖直方向的夹角为 θ，求线速度 v、周期 T。（小球的半径远小于 R）



解：

小球做匀速圆周运动的向心力 F 是重力 G 和支持力 N 的合力。如图所示有：

$$mg\,tan\,\theta = m\frac{v^2}{r}$$



由几何关系，有 $r = R\,sin\,\theta$

联立以上二式，可解得：$v = \sqrt{gR\,tan\,\theta\,sin\,\theta}$

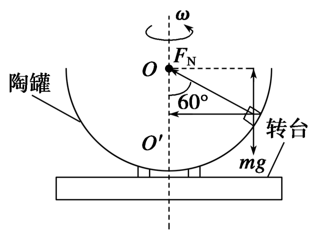
又 $T = \dfrac{2\pi R\,sin\,\theta}{v}$ 可解得 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R\,cos\,\theta}{g}}$

点评：本题的分析方法和结论同样适用于圆锥摆、火车转弯、飞机在水平面内做匀速圆周飞行等在水平面内的匀速圆周运动的问题。共同点是由重力和弹力的合力提供向心力，向心力方向水平。

2. (2013·**重庆**·8)如图 5 所示，半径为 R 的半球形陶罐，固定在可以绕竖直轴旋转的水平转台上，转台转轴与过陶罐球心 O 的对称轴 OO' 重合．转台以一定角速度 ω 匀速旋转，一质量为 m 的小物块落入陶罐内，经过一段时间后，小物块随陶罐一起转动且相对罐壁静止，它和 O 点的连线与 OO' 之间的夹角 θ 为 60°，重力加速度大小为 g.

(1)若 $\omega=\omega_0$，小物块受到的摩擦力恰好为零，求 ω_0；

(2)若 $\omega=(1\pm k)\omega_0$，且 $0<k\ll1$，求小物块受到的摩擦力大小和方向．



解析　(1)对小物块受力分析可知:

$F_N\cos 60° = mg$

$F_N\sin 60° = mR'\ \omega_0^2$

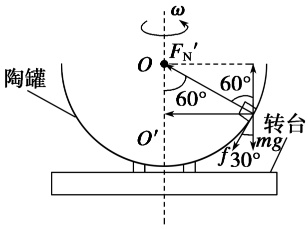
$R'\ = R\sin 60°$

联立解得：$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2g}{R}}$

(2)由于 $0<k\ll 1$，

当 $\omega=(1+k)\omega_0$ 时，物块受摩擦力方向沿罐壁切线向下．由受力分析可知:

$F_N'\cos 60°=mg+f\cos 30°$



$F_N'\sin 60°+f\sin 30°=mR'\omega^2$

$R'=R\sin 60°$

联立解得：$f=\dfrac{\sqrt{3}k(2+k)}{2}mg$

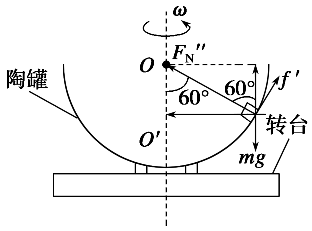
当 $\omega=(1-k)\omega_0$ 时，物块受摩擦力方向沿罐壁切线向上．由受力分析和几何关系知．

$F_N''\cos 60°+f'\sin 60°=mg$

$F_N''\sin 60°-f'\cos 60°=mR'\omega^2$

$R'=R\sin 60°$

所以 $f'=\dfrac{\sqrt{3}k(2-k)}{2}mg.$



答案　(1)$\omega_0=\sqrt{\dfrac{2g}{R}}$

(2)当 $\omega=(1+k)\omega_0$ 时，f 沿罐壁切线向下，大小为$\dfrac{\sqrt{3}k(2+k)}{2}mg$

当 $\omega=(1-k)\omega_0$ 时，f 沿罐壁切线向上，大小为$\dfrac{\sqrt{3}k(2-k)}{2}mg$

规律总结　解决圆周运动问题（动力学分析）的主要步骤

(1)审清题意，确定研究对象；明确物体做圆周运动的平面是至关重要的一环．

(2)分析物体的运动情况，即物体的线速度、角速度、周期、轨道平面、圆心、半径等；

(3)分析物体的受力情况，画出受力示意图，确定向心力的来源；

(4)根据牛顿运动定律及向心力公式列方程．

3.如图 6 所示，一个竖直放置的圆锥筒可绕其中心轴 OO' 转动，筒内壁粗糙，筒口半径和筒高分别为 R 和 H，筒内壁 A 点的高度为筒高的一半，内壁上有一质量为 m 的小物块，求：

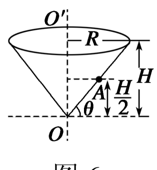
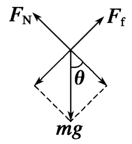


图 6

(1)当筒不转动时，物块静止在筒壁 A 点受到的摩擦力和支持力的大小；

(2)当物块在 A 点随筒匀速转动，且其所受到的摩擦力为零时，筒转动的角速度.

答案 (1)$\dfrac{mgH}{\sqrt{R^2+H^2}}$ $\dfrac{mgR}{\sqrt{R^2+H^2}}$ (2)$\dfrac{\sqrt{2gH}}{R}$

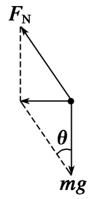


解析 (1)物块静止时，对物块进行受力分析如图所示，设筒壁与水平面的夹角为 θ.

由平衡条件有 $F_f = mg\sin\theta$，$F_N = mg\cos\theta$

由图中几何关系有 $\cos\theta = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+H^2}}$，$\sin\theta = \dfrac{H}{\sqrt{R^2+H^2}}$

故有 $F_f = \dfrac{mgH}{\sqrt{R^2+H^2}}$，$F_N = \dfrac{mgR}{\sqrt{R^2+H^2}}$



(2)分析此时物块受力如图所示，

由牛顿第二定律有 $mg\tan\theta = mr\omega^2$.

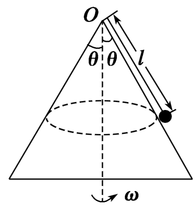
其中 $\tan\theta = \dfrac{H}{R}$，$r = \dfrac{R}{2}$.

可得 $\omega = \dfrac{\sqrt{2gH}}{R}$.

用极限法分析圆周运动的临界问题

1. 有些题目中有“刚好”、“恰好”、“正好”等字眼，明显表明题述的过程中存在着临界点.
2. 若题目中有“取值范围”、“多长时间”、“多大距离”等词语，表明题述的过程中存在着“起止点”，而这些起止点往往就是临界状态.
3. 若题目中有“最大”、“最小”、“至多”、“至少”等字眼，表明题述的过程中存在着极值，这些极值点也往往是临界状态.

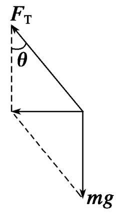
【例题】1.如图所示，用一根长为 l＝1 m 的细线，一端系一质量为 m＝1 kg 的小球(可视为质点)，另一端固定在一光滑锥体顶端，锥面与竖直方向的夹角 θ＝37°，当小球在水平面内绕锥体的轴做匀速圆周运动的角速度为 ω 时，细线的张力为 F_T.(g 取 10 m/s^2，结果可用根式表示)求：



(1)若要小球离开锥面，则小球的角速度 ω_0 至少为多大？

(2)若细线与竖直方向的夹角为 60°，则小球的角速度 ω' 为多大？

解析　(1)若要小球刚好离开锥面，则小球只受到重力和细线拉力，如图所示．小球做匀速圆周运动的轨迹圆在水平面上，故向心力水平，在水平方向



运用牛顿第二定律及向心力公式得:

$mg\tan\theta = m\omega_0^2 l\sin\theta$

解得：$\omega_0^2 = \dfrac{g}{l\cos\theta}$

即 $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\theta}} = \dfrac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s.

(2)同理，当细线与竖直方向成 60°角时，由牛顿第二定律及向心力公式：$mg\tan\alpha = m\omega'^2 l\sin\alpha$

解得：$\omega'^2 = \dfrac{g}{l\cos\alpha}$，即 $\omega' = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\alpha}} = 2\sqrt{5}$ rad/s.

答案　(1)$\dfrac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s　(2)$2\sqrt{5}$ rad/s

2.铁路转弯处的弯道半径 r 是根据地形决定的．弯道处要求外轨比内轨高，其内、外轨高度差 h 的设计不仅与 r 有关．还与火车在弯道上的行驶速度 v 有关．下列说法正确的是(　　).

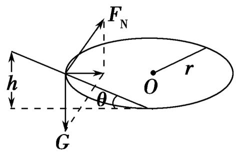
A．速率 v 一定时，r 越小，要求 h 越大

B．速率 v 一定时，r 越大，要求 h 越大

C．半径 r 一定时，v 越小，要求 h 越大

D．半径 r 一定时，v 越大，要求 h 越大

解析



火车转弯时，圆周平面在水平面内，火车以设计速率行驶时，向心力刚好由重力 G 与轨道支持力 F_N 的合力来提供，如图所示，则有 $mg\tan\theta = \dfrac{mv^2}{r}$，且 $\tan\theta \approx \sin\theta = \dfrac{h}{L}$，其中 L 为轨间距，是定值，有 $mg\dfrac{h}{L} = \dfrac{mv^2}{r}$，

通过分析可知 A、D 正确.

答案　AD

“竖直面圆周运动”模型

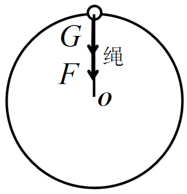
【特点】

物体做圆周运动的速率是时刻在改变的，由于机械能守恒，物体在最高点处的速率最小，在最底点处的速率最大。

物体在最低点处向心力向上，而重力向下，所以弹力必然向上且大于重力；

而在最高点处，向心力向下，重力也向下，所以弹力的方向可能有三种情况。

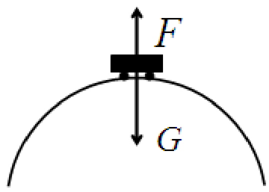
⑴弹力只可能向下，如绳拉球。这种情况下有



$$F + mg = \frac{mv^2}{R} \geq mg$$

即 $v \geq \sqrt{gR}$ 否则不能通过最高点。

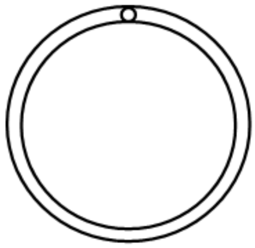
(2)弹力只可能向上，如车过桥。在这种情况下有



$$mg - F = \frac{mv^2}{R} \leq mg,$$

$$\therefore v \leq \sqrt{gR}$$

(3)弹力既可能向上又可能向下，如管内转（或杆连球）。这种情况下，速度大小 v 可以取任意值。可以进一步讨论：



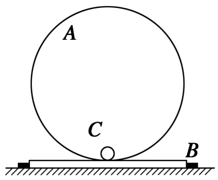
①当 $v=0$ 时，$F_N=mg$，F_N 为支持力，沿半径背离圆心

②当 $0<v<\sqrt{gr}$时，$-F_N+mg=m\frac{v^2}{r}$，F_N 背离圆心，随 v 的增大而减小

③当 $v=\sqrt{gr}$时，$F_N=0$

④当 $v>\sqrt{gr}$时，$F_N+mg=m\frac{v^2}{r}$，F_N 指向圆心并随 v 的增大而增大。

【例题】如图所示，竖直环 A 半径为 r，固定在木板 B 上，木板 B 放在水平地面上，B 的左右两侧各有一挡板固定在地上，B 不能左右运动，在环的最低点静放有一小球 C，A、B、C 的质量均为 m.现给小球一水平向右的瞬时速度 v，小球会在环内侧做圆周运动，为保证小球能通过环的最高点，且不会使环在竖直方向上跳起(不计小球与环的摩擦阻力)，则瞬时速度 v 必须满足（　　）



A．最小值$\sqrt{4gr}$　　B．最大值$\sqrt{6gr}$

C．最小值$\sqrt{5gr}$　　D．最大值$\sqrt{7gr}$

审题与关联

解题切入点 → 竖直面内的圆周运动,小球过最高点的临界最小速度为$\sqrt{gr}$.

明情景析过程 → 首先保证小球能过最高点,其次,要保证环在竖直方向没有跳起,则球在最高点对环向上的压力应为$F_N \leq 2mg$(包括A和B).

理思路选规律 → Ⅰ.从最低点到最高点机械能守恒.能否用动能定理?Ⅱ.球在最高点时,对球应用牛顿第二定律,应有$F_N+mg=m\frac{v^2}{r}$, $F_N \leq 2mg$.

巧布局详解析 → 先求球的最小速度v_{min} → 最高点$v_0=\sqrt{gr}$,再分析球的最大速度v_{max},满足$F_N \leq 2mg$.

解析 要保证小球能通过环的最高点，在最高点最小速度满足$mg=m\frac{v_0^2}{r}$，由最低点到最高点由机械能守恒得$\frac{1}{2}mv_{min}^2=mg\cdot 2r+\frac{1}{2}mv_0^2$，可得小球在最低点瞬时速度的最小值为$\sqrt{5gr}$; 为了不会使环在竖直方向上跳起，在最高点有最大速度时，球对环的压力为$2mg$，满足$3mg=m\frac{v_1^2}{r}$，从最低点到最高点由机械能守恒得：$\frac{1}{2}mv_{max}^2=mg\cdot 2r+\frac{1}{2}mv_1^2$，可得小球在最低点瞬时速度的最大值为$\sqrt{7gr}$.

答案 CD

【总结】竖直面内圆周运动的求解思路

(1)定模型：首先判断是轻绳模型还是轻杆模型，两种模型过最高点的临界条件不同.

(2)确定临界点：$v_{临}=\sqrt{gr}$，对轻绳模型来说是能否通过最高点的临界点，而对轻杆模型来说是F_N表现为支持力还是拉力的临界点.

(3)研究状态：通常情况下竖直平面内的圆周运动只涉及最高点和最低点的运动情况.

(4)受力分析：对物体在最高点或最低点时进行受力分析，根据牛顿第二定律列出方程，$F_{合}=F_{向}$.

(5)过程分析：应用动能定理或机械能守恒定律将初、末两个状态联系起来列方程.

圆周运动题组

▸题组 1　匀速圆周运动的运动学分析

1．关于匀速圆周运动的说法，正确的是　(　　)

A．匀速圆周运动的速度大小保持不变，所以做匀速圆周运动的物体没有加速度

B．做匀速圆周运动的物体，虽然速度大小不变，但方向时刻都在改变，所以必有加速度

C．做匀速圆周运动的物体，加速度的大小保持不变，所以是匀变速曲线运动

D．匀速圆周运动加速度的方向时刻都在改变，所以匀速圆周运动一定是变加速曲线运动

答案 BD

解析 速度和加速度都是矢量，做匀速圆周运动的物体，虽然速度大小不变，但方向时刻在改变，速度时刻发生变化，必然具有加速度．加速度大小虽然不变，但方向时刻改变，所以匀速圆周运动是变加速曲线运动．故本题选 B、D.

2．如图 1 所示，甲、乙、丙三个轮子依靠摩擦传动，相互之间不打滑，其半径分别为 r_1、r_2、r_3.若甲轮的角速度为 ω_1，则丙轮的角速度为 ( )

A.$\dfrac{r_1\omega_1}{r_3}$　　B.$\dfrac{r_3\omega_1}{r_1}$

C.$\dfrac{r_3\omega_1}{r_2}$　　D.$\dfrac{r_1\omega_1}{r_2}$

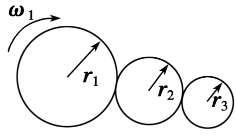


图 1

答案 A

解析 连接轮之间可能有两种类型，即皮带轮或齿轮传动和同轴轮传动(各个轮子的轴是焊接的)，本题属于齿轮传动，同轴轮的特点是角速度相同，皮带轮或齿轮的特点是各个轮边缘的线速度大小相同，即 $v_1=\omega_1r_1=v_2=\omega_2r_2=v_3=\omega_3r_3$，显然 A 选项正确.

3．如图 2 所示，m 为在水平传送带上被传送的小物体(可视为质点)，A 为终端皮带轮，已知该皮带轮的半径为 r，传送带与皮带轮间不会打滑，当 m 可被水平抛出时，A 轮每秒的转数最少是 ( )

A.$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{r}}$　　B.$\sqrt{\dfrac{g}{r}}$

C.$\sqrt{gr}$　　D.$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{gr}$

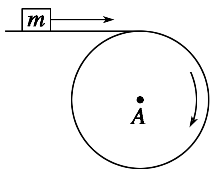


图 2

答案 A

解析 小物体不沿曲面下滑，而是被水平抛出，需满足关系式 $mg\leqslant mv^2/r$，即传送带转动的速度 $v\geqslant\sqrt{gr}$，其大小等于 A 轮边缘的线速度大小，A 轮转动的周期为 $T=\dfrac{2\pi r}{v}\leqslant2\pi\sqrt{\dfrac{r}{g}}$，每秒的转数 $n=\dfrac{1}{T}\geqslant\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{r}}$.本题答案为 A.

▸题组 2　圆周运动的动力学分析

4．如图 3 所示，洗衣机脱水筒在转动时，衣服贴靠在匀速转动的圆筒内壁上而不掉下来，则衣服 (C)

A．受到重力、弹力、静摩擦力和离心力四个力的作用

B．所需的向心力由重力提供

C．所需的向心力由弹力提供

D．转速越快，弹力越大，摩擦力也越大

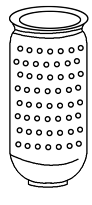


图 3

解析 衣服只受重力、弹力和静摩擦力三个力作用，A 错；衣服做圆周运动的向心力为它所受到的合力，由于重力与静摩擦力平衡，故弹力提供向心力，即 $F_N=mr\omega^2$，转速越大，F_N 越大．C 对，B、D 错.

5．如图 4 所示，长为 l 的轻杆一端固定一质量为 m 的小球，另一端固定在转轴 O 上，杆可在竖直平面内绕轴 O 无摩擦转动．已知小球通过最低点 Q 时，速度大小为 $v=\sqrt{9gl/2}$，则小球的运动情况为 (　　)

A．小球不可能到达圆周轨道的最高点 P

B．小球能到达圆周轨道的最高点 P，但在 P 点不受轻杆对它的作用力

C．小球能到达圆周轨道的最高点 P，且在 P 点受到轻杆对它向上的弹力

D．小球能到达圆周轨道的最高点 P，且在 P 点受到轻杆对它向下的弹力

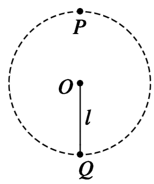


图 4

答案　C

解析　小球从最低点 Q 到最高点 P，由机械能守恒定律得$\frac{1}{2}mv_P^2+2mgl=\frac{1}{2}mv^2$，则 $v_P=\sqrt{\frac{gl}{2}}$，因为 $0<v_P=\sqrt{\frac{gl}{2}}<\sqrt{gl}$，所以小球能到达圆周轨道的最高点 P，且在 P 点受到轻杆对它向上的弹力，C 正确．

6．如图 5 所示，放置在水平地面上的支架质量为 M，支架顶端用细线拴着的摆球质量为 m，现将摆球拉至水平位置，然后静止释放，摆球运动过程中，支架始终不动，以下说法正确的是 (　　)

A．在释放前的瞬间，支架对地面的压力为$(m+M)g$

B．在释放前的瞬间，支架对地面的压力为$(M-m)g$

C．摆球到达最低点时，支架对地面的压力为$(m+M)g$

D．摆球到达最低点时，支架对地面的压力为$(3m+M)g$

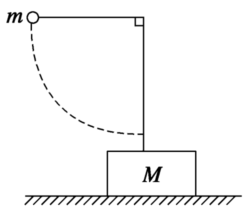


图 5

答案　D

解析　在释放前的瞬间绳拉力为零

对 M：$F_{N1}=Mg$

当摆球运动到最低点时，由机械能守恒得

$$mgR=\frac{mv^2}{2} \quad ①$$

由牛顿第二定律得：$F_T-mg=\frac{mv^2}{R}$　②

由①②得绳对小球的拉力 $F_T=3mg$

摆球到达最低点时，对支架 M 由受力平衡，地面支持力 $F_N=Mg+3mg$

由牛顿第三定律知，支架对地面的压力 $F_{N2}=3mg+Mg$，故选项 D 正确．

7．如图 6 所示，一根细线下端拴一个金属小球 P，细线的上端固定在金属块 Q 上，Q 放在带小孔的水平桌面上．小球在某一水平面内做匀速圆周运动(圆锥摆)．现使小球改到一个更高一些的水平面上做匀速圆周运动(图上未画出)，两次金属块 Q 都保持在桌面上静止．则后一种情况与原来相比较，下列说法中正确的是 (　　)

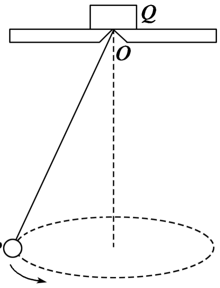


图 6

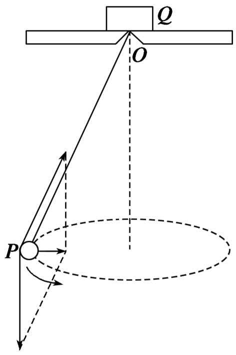
A．Q 受到桌面的支持力变大

B．Q 受到桌面的静摩擦力变大

C．小球 P 运动的角速度变大

D．小球 P 运动的周期变大

答案　BC



解析　根据小球做圆周运动的特点，设线与竖直方向的夹角为 θ，故 $F_T=\frac{mg}{\cos\theta}$，对金属块受力分析由平衡条件 $F_f=F_T\sin\theta=mg\tan\theta$，$F_N=F_T\cos\theta+Mg=mg+Mg$，故在 θ 增大时，Q 受到的支持力不变，静摩擦力变大，A 选项错误，B 选项正确；设线的长度为 L，由 $mg\tan\theta=m\omega^2L\sin\theta$，得 $\omega=\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$，故角速度变大，周期变小，故 C 选项正确，D 选项错误．

8．如图 7 所示，在光滑水平面上竖直固定一半径为 R 的光滑半圆槽轨道，其底端恰与水平面相切．质量为 m 的小球以大小为 v_0 的初速度经半圆槽轨道最低点 B 滚上半圆槽，小球恰能通过最高点 C 后落回到水平面上的 A 点．(不计空气阻力，重力加速度为 g)求：

(1)小球通过 B 点时对半圆槽的压力大小；

(2)A、B 两点间的距离；

(3)小球落到 A 点时的速度方向．

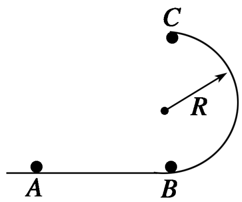


图 7

答案　见解析

解析　(1)在 B 点小球做圆周运动，$F_N-mg=m\frac{v_0^2}{R}$

$F_N=mg+m\frac{v_0^2}{R}$.

(2)在 C 点小球恰能通过，故只有重力提供向心力，则 $mg=m\frac{v_C^2}{R}$

过 C 点小球做平抛运动：$x_{AB}=v_Ct$

$h=\frac{1}{2}gt^2$

$h=2R$

联立以上各式可得 $x_{AB}=2R$.

(3)设小球落到 A 点时，速度方向与水平面的夹角为 θ，则

$\tan\theta=\frac{v_{\perp}}{v_C}$，$v_{\perp}=gt, 2R=\frac{1}{2}gt^2$

解得：$\tan\theta=2$.

小球落到 A 点时的速度方向与水平面成 θ 角向左下且 $\tan\theta=2$.

▸题组 3　匀速圆周运动中的临界问题

9. 如图 8 所示，两个用相同材料制成的靠摩擦转动的轮 A 和 B 水平放置，两轮半径 $R_A=2R_B$，当主动轮 A 匀速转动时，在 A 轮边缘放置的小木块恰能相对静止在 A 轮边缘上．若将小木块放在 B 轮上，欲使木块相对 B 轮也静止，则木块距 B 轮转轴的最大距离为(　　)

A. $\frac{R_B}{4}$　　B. $\frac{R_B}{3}$

C. $\frac{R_B}{2}$　　D．R_B

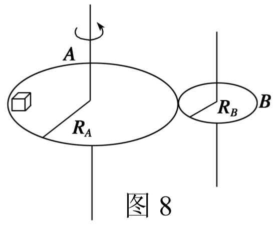


图 8

答案　C

解析　根据 A 和 B 靠摩擦转动可知，A 和 B 边缘线速度大小相等，即 $R_A\omega_A=R_B\omega_B$，$\omega_B=2\omega_A$，又根据在 A 轮边缘放置的小木块恰能相对静止得 $\mu mg=mR_A\omega_A^2$，设小木块放在 B 轮上相对 B 轮也静止时，距 B 轮转轴的最大距离为 R_B'，则有：$\mu mg=mR_B'\omega_B^2$，解上面式子可得 $R_B'=\frac{R_B}{2}$.

10．如图 9 所示是用以说明向心力和质量、半径之间关系的仪器，球 P 和 Q 可以在光滑水平杆上无摩擦地滑动，两球之间用一条轻绳连接(图中未画出)，$m_P=2m_Q$ 当整个装置绕中心轴以角速度 ω 匀速旋转时，两球离转轴的距离保持不变，则此时　　(　　)

A．两球均受到重力、支持力、绳的拉力和向心力四个力的作用

B．P 球受到的向心力大于 Q 球受到的向心力

C．r_P 一定等于 $\frac{r_Q}{2}$

D．当 ω 增大时，P 球将向外运动

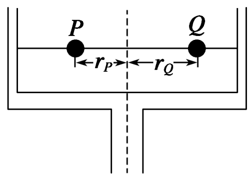


图 9

答案　C

解析　绳的拉力提供向心力，向心力是一个效果力，在分析物体受力时要分析性质力，A 项错；同一根绳上张力相等，所以 P 球受到的向心力等于 Q 球受到的向心力，B 项错；对两球而言，角速度相同，有：$m_P\omega^2r_P=m_Q\omega^2r_Q$，所以 r_P 一定等于 $\frac{r_Q}{2}$，C 项正确；当 ω 增大时，两球受到绳的张力都增大，仍会使 $F_T=m_P\omega^2r_P=m_Q\omega^2r_Q$，所以球不会向外运动，D 项错.

11．在用高级沥青铺设的高速公路上，汽车的设计时速是 108 km/h.汽车在这种路面上行驶时，它的轮胎与地面的最大静摩擦力等于车重的 0.6 倍.

(1)如果汽车在这种高速公路的水平弯道上拐弯，假设弯道的路面是水平的，其弯道的最小半径是多少？

(2)如果高速公路上设计了圆弧拱形立交桥，要使汽车能够以设计时速安全通过圆弧拱桥，这个圆弧拱形立交桥的半径至少是多少？(取 $g=10\ m/s^2$)

答案　(1)150 m　(2)90 m

解析　(1)汽车在水平路面上拐弯，可视为汽车做匀速圆周运动，其向心力由车与路面间的静摩擦力提供，当静摩擦力达到最大值时，由向心力公式可知这时的半径最小，有 $F_{max}=0.6mg=m\frac{v^2}{r_{min}}$，由速度 $v=108\ km/h=30\ m/s$ 得，弯道半径 $r_{min}=150\ m$.

(2)汽车过拱桥，可看做在竖直平面内做匀速圆周运动，到达最高点时，根据向心力公式有 $mg-F_N=m\frac{v^2}{R}$.为了保证安全通过，车与路面间的弹力 F_N 必须大于等于零，有 $mg\geqslant m\frac{v^2}{R}$，则 $R\geqslant 90\ m$.

【高考题】圆周运动

1．(2013·新课标Ⅱ·21)公路急转弯处通常是交通事故多发地带．如图 9，某公路急转弯处是一圆弧，当汽车行驶的速率为 v_c 时，汽车恰好没有向公路内外两侧滑动的趋势，则在该弯道处　　(　　)

图 9

A．路面外侧高内侧低

B．车速只要低于 v_c，车辆便会向内侧滑动

C．车速虽然高于 v_c，但只要不超出某一最高限度，车辆便不会向外侧滑动

D．当路面结冰时，与未结冰时相比，v_c 的值变小

答案　AC

解析　当汽车行驶的速度为 v_c 时，路面对汽车没有摩擦力，路面对汽车的支持力与汽车重力的合力提供向心力，此时要求路面外侧高内侧低，选项 A 正确．当速度稍大于 v_c 时，汽车有向外侧滑动的趋势，因而受到向内侧的摩擦力，当摩擦力小于最大静摩擦力时，车辆不会向外侧滑动，选项 C 正确．同样，速度稍小于 v_c 时，车辆不会向内侧滑动，选项 B 错误．v_c 的大小只与路面的倾斜程度和转弯半径有关，与地面的粗糙程度无关，D 错误.

2．(2013·江苏单科·2)如图 10 所示，“旋转秋千”中的两个座椅 A、B 质量相等，通过相同长度的缆绳悬挂在旋转圆盘上．不考虑空气阻力的影响，当旋转圆盘绕竖直的中心轴匀速转动时，下列说法正确的是（　　）

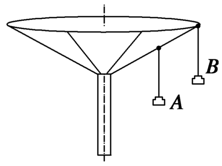


图 10

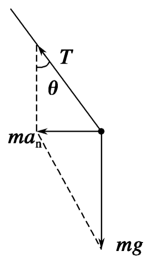
A．A 的速度比 B 的大

B．A 与 B 的向心加速度大小相等

C．悬挂 A、B 的缆绳与竖直方向的夹角相等

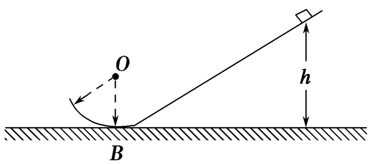
D．悬挂 A 的缆绳所受的拉力比悬挂 B 的小

答案　D



解析　因为物体的角速度 ω 相同，线速度 $v=r\omega$，而 $r_A<r_B$，所以 $v_A<v_B$，则 A 项错；根据 $a_n=r\omega^2$ 知 $a_{nA}<a_{nB}$，则 B 项错；如图，$\tan\theta=\frac{a_n}{g}$，而 B 的向心加速度较大，则 B 的缆绳与竖直方向夹角较大，缆绳拉力 $T=\frac{mg}{\cos\theta}$，则 $T_A<T_B$，所以 C 项错， D 项正确．

3.(2012·广东卷，17)如图是滑道压力测试的示意图，光滑圆弧轨道与光滑斜面相切，滑道底部 B 处安装一个压力传感器，其示数 N 表示该处所受压力的大小．某滑块从斜面上不同高度 h 处由静止下滑，通过 B 时，下列表述正确的有(　　)．



A．N 小于滑块重力　　　　B．N 大于滑块重力

C．N 越大表明 h 越大　　　　D．N 越大表明 h 越小

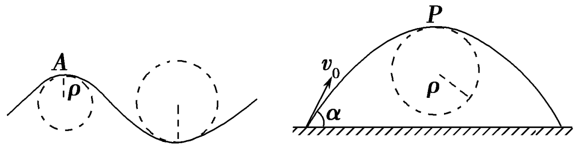
解析　设滑块质量为 m，在 B 点所受支持力为 F_N，圆弧半径为 R，所需向心力为 F.滑块从高度 h 处由静止下滑至 B 点过程中，由机械能守恒定律有$\frac{1}{2}mv_B^2=mgh$，在 B 点滑块所需向心力由合外力提供，得 $F_N-mg=m\frac{v_B^2}{R}$，由牛顿第三定律知，传感器示数 N 等于 F_N，解得 $N=mg+\frac{2mgh}{R}$，由此式知 $N>mg$，且 h 越大，N 越大．选项 B、C 正确．

答案　BC

4.(2011·安徽卷，17)一般的曲线运动可以分成很多小段，每小段都可以看成圆周运动的一部分，即把整条曲线用一系列不同半径的小圆弧来代替．如图甲所示，曲线上的 A 点的曲率圆定义为：通过 A 点和曲线上紧邻 A 点两侧的两点作一圆，在极限情况下，这个圆就叫做 A 点的曲率圆，其半径 ρ 叫做 A 点的曲率半径．现将一物体沿与水平面成 α 角的方向以速度 v_0 抛出，如图乙所示．则在其轨迹最高点 P 处的曲率半径是(　　)．

A.$\dfrac{v_0^2}{g}$　　B．$\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}$

C.$\dfrac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$　　D．$\dfrac{v_0^2\cos^2\alpha}{g\sin\alpha}$

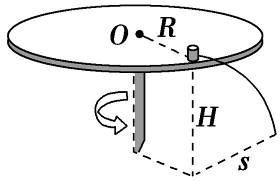


甲　　乙

解析　物体在最高点时速度沿水平方向，曲率圆的 P 点可看做该点对应的竖直平面内圆周运动的最高点，由牛顿第二定律及圆周运动规律知：$mg=\dfrac{mv^2}{\rho}$，解得 $\rho=\dfrac{v^2}{g}=\dfrac{(v_0\cos\alpha)^2}{g}=\dfrac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$.

答案　C

5.(2012·福建卷，20)如图所示，置于圆形水平转台边缘的小物块随转台加速转动，当转速达到某一数值时，物块恰好滑离转台开始做平抛运动．现测得转台半径 R＝0.5 m，离水平地面的高度 H＝0.8 m，物块平抛落地过程水平位移的大小 s＝0.4 m．设物块所受的最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取重力加速度 g＝10 m/s^2.求：



(1)物块做平抛运动的初速度大小 v_0；

(2)物块与转台间的动摩擦因数 μ.

解析　(1)物块做平抛运动，在竖直方向上有

$H=\dfrac{1}{2}gt^2$①

在水平方向上有 $s=v_0t$，②

由①②式解得 $v_0=s\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$

代入数据得 $v_0=1$ m/s.

(2)物块离开转台时，由最大静摩擦力提供向心力，有

$F_{fm}=m\dfrac{v_0^2}{R}$③

$F_{fm}=\mu N=\mu mg$④

由③④式得 $\mu=\dfrac{v_0^2}{gR}$，代入数据得 $\mu=0.2$.

答案　(1)1 m/s　(2)0.2

“行星”模型

【解题】卫星运行参量的比较与运算

1．卫星的各物理量随轨道半径变化的规律

$$
\text{规律}\begin{cases}
G\dfrac{Mm}{r^2}=\left(r=R_{地}+h\right)\begin{cases}
m\dfrac{v^2}{r}\rightarrow v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}\rightarrow v\propto\dfrac{1}{\sqrt{r}}\\
m\omega^2 r\rightarrow \omega=\sqrt{\dfrac{GM}{r^3}}\rightarrow \omega\propto\dfrac{1}{\sqrt{r^3}}\\
m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r\rightarrow T=\sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{GM}}\rightarrow T\propto\sqrt{r^3}\\
ma\rightarrow a=\dfrac{GM}{r^2}\rightarrow a\propto\dfrac{1}{r^2}
\end{cases}\text{越高越慢}\\
mg=\dfrac{GMm}{R_{地}{}^2}\text{(近地时)}\rightarrow GM=gR_{地}{}^2
\end{cases}
$$

r 越大，v 越小

r 越大，ω 越小

r 越大，T 越大

r 越大，a 越小

2．极地卫星、近地卫星

(1)极地卫星运行时每圈都经过南北两极，由于地球自转，极地卫星可以实现全球覆盖．

(2)近地卫星是在地球表面附近环绕地球做匀速圆周运动的卫星，其运行的轨道半径可近似认为等于地球的半径，其运行线速度约为 7.9 km/s.

绕地球做匀速圆周运动的人造卫星的最大线速度和最小周期：

$$v=\sqrt{gR}=7.9\times10^3 m/s,$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=5.06\times10^3 s=84.3min$$

(3)两种卫星的轨道平面一定通过地球的球心．

深化拓展 (1)卫星的 a、v、ω、T 是相互联系的，如果一个量发生变化，其他量也随之发生变化；这些量与卫星的质量无关，它们由轨道半径和中心天体的质量共同决定．

(2)卫星的能量与轨道半径的关系：同一颗卫星，轨道半径越大，动能越小，势能越大，机械能越大．

3.同步卫星（通信卫星均为同步卫星）

“同步”的含义就是和地球保持相对静止（又叫静止轨道卫星）.

(1)周期等于地球自转周期，既 T=24h

(2)轨道半径是唯一确定的，离地面的高度为 h=3.6×107m≈5.6R 地

(3)该轨道必须在地球赤道的正上方

(4)卫星的运转方向必须是由西向东

一、卫星变轨问题分析

当卫星由于某种原因速度突然改变时(开启或关闭发动机或空气阻力作用)，万有引力不再等于向心力，卫星将变轨运行:

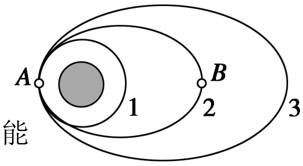
(1)当卫星的速度突然增大时，$G\frac{Mm}{r^2}<m\frac{v^2}{r}$，即万有引力不足以提供向心力，卫星将做离心运动，脱离原来的圆轨道，轨道半径变大，当卫星进入新的轨道稳定运行时由 $v=$

$\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$可知其运行速度比原轨道时减小.

(2)当卫星的速度突然减小时，$G\dfrac{Mm}{r^2}>m\dfrac{v^2}{r}$，即万有引力大于所需要的向心力，卫星将做近心运动，脱离原来的圆轨道，轨道半径变小，当卫星进入新的轨道稳定运行时由 $v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$可知其运行速度比原轨道时增大.

卫星的发射和回收就是利用这一原理.

【例题】1. “嫦娥一号”探月卫星绕地运行一段时间后，离开地球飞向月球．如图所示是绕地飞行的三条轨道，1 轨道是近地圆形轨道，2 和 3 是变轨后的椭圆轨道．A 点是 2 轨道的近地点，B 点是 2 轨道的远地点，卫星在轨道 1 的运行速率为 7.7 km/s，则下列说法中正确的是　　　　（　　）



A．卫星在 2 轨道经过 A 点时的速率一定大于 7.7 km/s

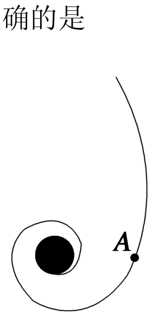
B．卫星在 2 轨道经过 B 点时的速率一定小于 7.7 km/s

C．卫星在 3 轨道所具有的机械能小于在 2 轨道所具有的机械能

D．卫星在 3 轨道所具有的最大速率小于在 2 轨道所具有的最大速率

解析　卫星在 1 轨道做匀速圆周运动，由万有引力定律和牛顿第二定律得 $G\dfrac{Mm}{r^2}=m\dfrac{v_1^2}{r}$，卫星在 2 轨道 A 点做离心运动，则有 $G\dfrac{Mm}{r^2}<m\dfrac{v_{2A}^2}{r}$，故 $v_1<v_{2A}$，选项 A 正确；卫星在 2 轨道 B 点做近心运动，则有 $G\dfrac{Mm}{r_B^2}>m\dfrac{v_{2B}^2}{r_B}$，若卫星在经过 B 点的圆轨道上运动，则 $G\dfrac{Mm}{r_B^2}=m\dfrac{v_B^2}{r_B}$，由于 $r<r_B$，所以 $v_1>v_B$，故 $v_{2B}<v_B<v_1=7.7$ km/s，选项 B 正确；3 轨道的高度大于 2 轨道的高度，故卫星在 3 轨道所具有的机械能大于在 2 轨道所具有的机械能，选项 C 错误；卫星在各个轨道上运动时，只有万有引力做功，机械能守恒，在 A 点时重力势能最小，动能最大，速率最大，故卫星在 3 轨道所具有的最大速率大于在 2 轨道所具有的最大速率，选项 D 错误．**答案**　AB

2.2013 年 2 月 15 日中午 12 时 30 分左右，俄罗斯车里雅宾斯克州发生天体坠落事件．如图 4 所示，一块陨石从外太空飞向地球，到 A 点刚好进入大气层，之后由于受地球引力和大气层空气阻力的作用，轨道半径渐渐变小，则下列说法中正确的是　　　　（　　）



A．陨石正减速飞向 A 处

B．陨石绕地球运转时角速度渐渐变小

C．陨石绕地球运转时速度渐渐变大

D．进入大气层后，陨石的机械能渐渐变大

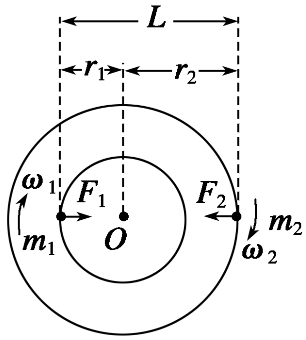
答案　C

解析　由于万有引力做功，陨石正加速飞向 A 处，选项 A 错误．陨石绕地球运转时，因轨道半径渐渐变小，则角速度渐渐变大，速度渐渐变大，选项 B 错误，C 正确．进入大气层后，由于受到空气阻力的作用，陨石的机械能渐渐变小，选项 D 错误．

二、双星系统模型问题的分析与计算

宇宙中往往会有相距较近，质量可以相比的两颗星球，它们离其它星球都较远，因此其它星球对它们的万有引力可以忽略不计。在这种情况下，它们将围绕它们连线上的某一固定点做同周期的匀速圆周运动。这种结构叫做双星。

【特点】



(1)各自需要的向心力由彼此间的万有引力相互提供，即

$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=m_1\omega_1^2r_1$，$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=m_2\omega_2^2r_2$

(2)两颗星的周期及角速度都相同，即

$T_1=T_2$，$\omega_1=\omega_2$

(3)两颗星的半径与它们之间的距离关系为：$r_1+r_2=L$

(4)两颗星到圆心的距离 r_1、r_2 与星体质量成反比，即$\frac{m_1}{m_2}=\frac{r_2}{r_1}$

(5)双星的运动周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

(6)双星的总质量公式 $m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^3}{T^2G}$

△双星系统问题的误区

(1)不能区分星体间距与轨道半径：万有引力定律中的 r 为两星体间距离，向心力公式中的 r 为所研究星球做圆周运动的轨道半径．

(2)找不准物理现象的对应规律．

【例题】

冥王星与其附近的星体卡戎可视为双星系统，它们的质量比约为 7∶1，同时绕它们连线上某点 O 做匀速圆周运动．由此可知卡戎绕 O 点运动的　　　　(　　)

A．角速度大小约为冥王星的 7 倍

B．向心力大小约为冥王星的 1/7

C．轨道半径约为冥王星的 7 倍

D．周期与冥王星周期相同

答案　CD

解析　对于双星系统，任意时刻均在同一条直线上，故转动的周期、角速度都相同．彼此给对方的万有引力提供向心力，故向心力大小相同，由 $m_1\omega^2r_1=m_2\omega^2r_2$，得$\frac{r_2}{r_1}=\frac{m_1}{m_2}=7$，故 C、D 项正确．

【高考题】

1．(2012·**全国课标卷**，21)假设地球是一半径为 R、质量分布均匀的球体．一矿井深度为 d.已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零.矿井底部和地面处的重力加速度大小之比为(　A　)．

A．$1-\frac{d}{R}$　　B．$1+\frac{d}{R}$　　C．$\left(\frac{R-d}{R}\right)^2$　　D．$\left(\frac{R}{R-d}\right)^2$

解析　设地球的密度为 ρ，地球的质量为 M，根据万有引力定律可知，地球表面的重力加速度 $g=\frac{GM}{R^2}$.地球质量可表示为 $M=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$.因质量分布均匀的球壳对球壳内物体的引力为零，所以矿井下以$(R-d)$为半径的地球的质量为 $M'=\frac{4}{3}\pi(R-d)^3\rho$，解得 $M'=\left(\frac{R-d}{R}\right)^3M$，则矿井底部处的重力加速度 $g'=\frac{GM'}{(R-d)^2}$，则矿井底部处的重力加速度和地球表面的重力加速度之比为$\frac{g'}{g}=1-\frac{d}{R}$，选项 A 正确，选项 B、C、D 错误．

2．(2012·**四川卷**，15)今年 4 月 30 日，西昌卫星发射中心发射的中圆轨道卫星，其轨道半径为 2.8×10^7 m.它与另一颗同质量的同步轨道卫星(轨道半径为 4.2×10^7 m)相比(　B　)．

A．向心力较小　　B．动能较大

C．发射速度都是第一宇宙速度　　D．角速度较小

解析　由 $F_{向}=F_{万}=G\frac{Mm}{R^2}$知，中圆轨道卫星向心力大于同步轨道卫星($G$、$M$、$m$ 相同)，故 A 错误．由 $E_k=\frac{1}{2}mv^2$，$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$，得 $E_k=\frac{GMm}{2R}$，且由 $R_{中}<R_{同}$知，中圆轨道卫星动能较大，故 B 正确．第一宇宙速度是最小的卫星发射速度，故 C 错误．由 $\omega=\sqrt{\frac{GM}{R^3}}$可知，中圆轨道卫星角速度较大，故 D 错误．

3．(2012·**重庆卷**，18)冥王星与其附近的另一星体卡戎可视为双星系统，质量比约为 7∶1，同时绕它们连线上某点 O 做匀速圆周运动．由此可知，冥王星绕 O 点运动的(　A　)．

A．轨道半径约为卡戎的$\frac{1}{7}$　　B．角速度大小约为卡戎的$\frac{1}{7}$

C．线速度大小约为卡戎的 7 倍　　D．向心力大小约为卡戎的 7 倍

解析　设冥王星的质量、轨道半径、线速度大小分别为 m_1、r_1、v_1，卡戎的质量、轨道半径、线速度大小分别为 m_2、r_2、v_2，由双星问题的规律可得，两星间的万有引力分别给两星提供做圆周运动的向心力，且两星的角速度相等，故 B、D 均错；由 $G\frac{m_1m_2}{L^2}=m_1\omega^2r_1=m_2\omega^2r_2$($L$ 为两星间的距离)，因此$\frac{r_1}{r_2}=\frac{m_2}{m_1}=\frac{1}{7}$，$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\omega r_1}{\omega r_2}=\frac{m_2}{m_1}=\frac{1}{7}$，故 A 对、C 错．

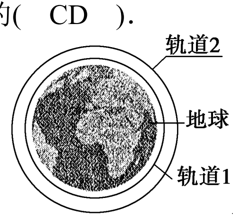
4．(2011·**山东卷**，17)甲、乙为两颗地球卫星，其中甲为地球同步卫星，乙的运行高度低于甲的运行高度，两卫星轨道均可视为圆轨道．以下判断正确的是(　AC　)．

A．甲的周期大于乙的周期　　　　B．乙的速度大于第一宇宙速度

C．甲的向心加速度小于乙的向心加速度　　D．甲在运行时能经过北级的正上方

解析　两卫星运行时万有引力提供向心力，所以$\frac{GMm}{r^2}=ma_{向}$，由此知 r 大，则 $a_{向}$小，C 项正确；$a_{向}=\frac{4\pi^2}{T^2}r=\frac{v^2}{r}$，联立知，A 项正确，B 项错误；地球同步卫星轨道平面与赤道平面平行，所以 D 项错误．

5．(2012·**广东卷**，21)如图所示，飞船从轨道 1 变轨至轨道 2.若飞船在两轨道上都做匀速圆周运动，不考虑质量变化，相对于在轨道 1 上，飞船在轨道 2 上的(　CD　)．



A．动能大　　　　B．向心加速度大

C．运行周期长　　D．角速度小

解析　飞船绕中心天体做匀速圆周运动，万有引力提供向心力，即 $F_{引}=F_{向}$，所以 $G\frac{Mm}{r^2}=ma_{向}=\frac{mv^2}{r}=\frac{4\pi^2mr}{T^2}=mr\omega^2$，即 $a_{向}=\frac{GM}{r^2}$，$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2r}$，$T=\sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{GM}}$，$\omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$(或用公式 $T=\frac{2\pi}{\omega}$求解)．

因为 $r_1<r_2$，所以 $E_{k1}>E_{k2}$，$a_{向1}>a_{向2}$，$T_1<T_2$，$\omega_1>\omega_2$，选项 C、D 正确．

6.(2013·**山东**·20)双星系统由两颗恒星组成，两恒星在相互引力的作用下，分别围绕其连线上的某一点做周期相同的匀速圆周运动．研究发现，双星系统演化过程中，两星的总质量、距离和周期均可能发生变化．若某双星系统中两星做圆周运动的周期为 T，经过一段时间演化后，两星总质量变为原来的 k 倍，两星之间的距离变为原来的 n 倍，则此时圆周运动的周期为 (　B　)

A.$\sqrt{\frac{n^3}{k^2}}T$　　B.$\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$　　C. $\sqrt{\frac{n^2}{k}}T$　　D.$\sqrt{\frac{n}{k}}T$

解析　双星靠彼此的万有引力提供向心力，则有

$G\frac{m_1m_2}{L^2}=m_1r_1\frac{4\pi^2}{T^2}$　　　$G\frac{m_1m_2}{L^2}=m_2r_2\frac{4\pi^2}{T^2}$

并且 $r_1+r_2=L$　　　解得 $T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

当双星总质量变为原来的 k 倍,两星之间距离变为原来的 n 倍时 $T'=2\pi\sqrt{\frac{n^3L^3}{Gk(m_1+m_2)}}=\sqrt{\frac{n^3}{k}}\cdot T$

故选项 B 正确.

7. (2013·新课标Ⅰ·20)2012 年 6 月 18 日，神州九号飞船与天宫一号目标飞行器在离地面 343 km 的近圆形轨道上成功进行了我国首次载人空间交会对接．对接轨道所处的空间存在极其稀薄的大气，下面说法正确的是（ BC ）

A．为实现对接，两者运行速度的大小都应介于第一宇宙速度和第二宇宙速度之间

B．如不加干预，在运行一段时间后，天宫一号的动能可能会增加

C．如不加干预，天宫一号的轨道高度将缓慢降低

D．航天员在天宫一号中处于失重状态，说明航天员不受地球引力作用

解析 地球所有卫星的运行速度都小于第一宇宙速度，故 A 错误．轨道处的稀薄大气会对天宫一号产生阻力，不加干预其轨道会缓慢降低，同时由于降低轨道，天宫一号的重力势能一部分转化为动能，故天宫一号的动能可能会增加，B、C 正确；航天员受到地球引力作用，此时引力充当向心力，产生向心加速度，航天员处于失重状态，D 错误．

8.(2013·新课标Ⅱ·20)目前，在地球周围有许多人造地球卫星绕着它转，其中一些卫星的轨道可近似为圆，且轨道半径逐渐变小．若卫星在轨道半径逐渐变小的过程中，只受到地球引力和稀薄气体阻力的作用，则下列判断正确的是（ BD ）

A．卫星的动能逐渐减小

B．由于地球引力做正功，引力势能一定减小

C．由于气体阻力做负功，地球引力做正功，机械能保持不变

D．卫星克服气体阻力做的功小于引力势能的减小

解析 在卫星轨道半径逐渐变小的过程中，地球引力做正功，引力势能减小；气体阻力做负功，机械能逐渐转化为内能，机械能减小， B 正确，C 错误．卫星的运动近似看作是匀速圆周运动，根据 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$得 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$，所以卫星的速度逐渐增大，动能增大，选项 A 错误．减小的引力势能一部分用来克服气体阻力做功，一部分用来增加动能， D 正确．

“子弹打木块”模型

【解题】

动量守恒定律、机械能守恒定律、动能定理等

解决动力学问题的三大观点：

力学观点：牛顿运动定律、运动学公式

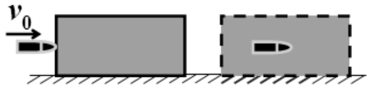
能量观点：动能定理、机械能守恒定律、能量守恒定律、功能关系

动量观点：动量守恒定律

【例题】

考查子弹射击木块后沿水平方向的运动情况

1.设质量为 m 的子弹以初速度 v_0射向静止在光滑水平面上的质量为 M 的木块，并留在木块中不再射出，子弹钻入木块深度为 d。求木块对子弹的平均阻力的大小和该过程中木块前进的距离。



解：子弹射入木块过程中系统动量守恒：$mv_0=(M+m)v$

设平均阻力大小为 f，由能量守恒定律：$f\cdot d=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$

联立以上二式，可解得 $f=\frac{Mmv_0^2}{2(M+m)d}$

设木块前进的距离为 S ，由动能定理，得 $f\cdot S=\frac{1}{2}Mv^2$

可解得 $s=\frac{m}{M+m}d$

2.如图所示，在光滑水平桌面上静置一质量为 $M=980g$ 的长方形匀质木块，现有一颗质量为 $m=20g$ 的子弹以 $v_0=300m/s$ 的水平速度沿其轴线射向木块，结果子弹留在木块中没有射出，和木块一起以共同的速度运动。已知木块沿子弹运动方向的长度为 $L=10cm$，子弹打进木块的深度为 $d=6cm$，设木块对子弹的阻力保持不变。

（1）求子弹和木块的共同的速度以及它们在此过程中所增加的内能。

（2）若子弹是以 $v_0=400m/s$ 的水平速度从同一方向射向该木块的，则它能否射穿该木块？

（3）若能射穿木块，求子弹和木块的最终速度是多少？

解：(1)由动量守恒定律

$$mv_0=(M+m)v$$

解得 $v=6m/s$

系统增加的内能等于系统减少的动能

$$Q=fd=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2=900-\frac{36}{2}=882J$$

(2)设以 $400m/s$ 射入时，仍不能打穿，射入深度为 d'

由动量守恒定律 $mv_0=(M+m)v'$

代入数据，解得 $v'=8m/s$

$$Q'=fd'=\frac{1}{2}mv_0'^2-\frac{1}{2}(M+m)v'^2=1600-\frac{1}{2}\times 64=1568J$$

又因为 $f=\frac{Q}{d}$ 所以 $d'=\frac{Q'}{f}=10.7cm>L$ 故能传出木块

(3) 设射穿后，最终子弹和木块的速度分别为 v_1 和 v_2,

系统产生的内能为 $fL=\frac{10}{6}\times fd=\frac{5}{3}\times 882=1470J$

由动量守恒定律 $mv_0=mv_1+Mv_2$

由能量守恒定律 $fL=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}Mv_1^2-\frac{1}{2}mv_2^2$

代入数据，化简得 $v_1+49v_2=400$

$$v_1^2+49v_2^2=13000$$

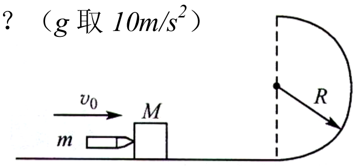
消去 v_1 得 $v_2^2-16v_2+60=0$ 解得 v_1=106m/s v_2=6m/s

【变题】

1. 考查子弹射击木块后做曲线运动的情况

如图所示，光滑半圆轨道竖直放置，半径为 R，一水平轨道与圆轨道相切，在水平光滑轨道上停着一个质量为 $M=0.99kg$ 的木块，一颗质量为 $m=0.01kg$ 的子弹以 $v_0=400m/s$ 的水平速度摄入木块中，然后一起运动到轨道最高点水平抛出，当圆轨道半径 R 为多大是，平抛的水平距离最大？最大值是多少？（g 取 $10m/s^2$）

解：



根据题意可知，子弹在打木块的过程中，子弹和木块在水平方向上满足动量守恒定律，设子弹和木块的共同速度为 v，则

$$mv_0=(m+M)v$$

代入题给数据解得

$$v=4\ \text{m/s}$$

子弹和木块沿着圆轨道运动到最高点，以水平面为零势面，设两者在最高点的速度为 v'，根据机械能守恒定律可知

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2=\frac{1}{2}(m+M)v'^2+2(m+M)gR$$

联立以上各式并代入数据解得

$$v'=\sqrt{16-40R}$$

由于子弹和木块从最高点做平抛运动抛出，根据平抛运动规律可知

$$2R=\frac{1}{2}gt^2$$

$$s=v't$$

联立解得

$$s=4\sqrt{\frac{-10R^2+4R}{10}}$$

分析上式可知，当 $R=0.2$ m 时，水平距离 s 最大，即最大水平距离为

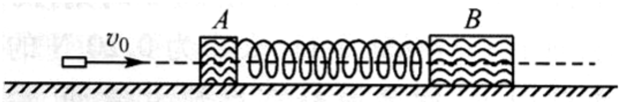
$$s_{\max}=8\ \text{m}$$

2. 考查子弹涉及连有弹簧的木块问题

光滑水平面上由两个小木块 A 和 B，其质量 mA=1kg、mB=4kg，它们中间用一根轻质弹簧相连，一颗水平飞行的子弹质量为 m=50g，以 v0=500m/s 的速度在极短时间内射穿两木块，已知射穿 A 木块后子弹的速度变为原来的 $\frac{3}{5}$，且子弹射穿 A 木块损失的动能是射穿 B 木块损失的动能的 2 倍。求：

(1)射穿 A 木块的过程中系统损失的机械能；

(2)系统在运动过程中弹簧的最大弹性势能。



（1）在射穿木块 A 的过程中，子弹和 A 满足动量守恒定律，设射穿 A 后子弹的速度为 v_1，木块 A 的速度为 v_A，则

$$mv_0=mv_1+m_Av_A$$

$$v_1=\frac{3}{5}v_0$$

代入数据解得

$$v_A=10\ \text{m/s}$$

根据能量守恒定律可知，射穿 A 木块的过程中系统损失的机械能为

$$\Delta E_1=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}m_Av_A^2=3\ 950\ \text{J}$$

（2）子弹在射穿 B 的过程中，子弹和木块 B 组成的系统动量守恒，设射穿 B 后子弹的速度为 v_2，木块 B 的速度为 v_B，则

$$mv_1=m_Bv_B+mv_2$$

根据题意可知

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2=2\left(\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_2^2\right)$$

联立以上两式并代入数据解得

$$v_B=2.5\ \text{m/s}$$

在子弹射穿木块 B 后，弹簧被压缩，系统动量守恒. 当木块 A 与木块 B 的速度相等时，弹簧的弹性势能达到最大值. 设木块 A、B 的共同速度为 v_{AB}，弹簧的最大弹性势能为 $E_{\max}$，则

$$m_Av_A+m_Bv_B=(m_A+m_B)v_{AB}$$

$$E_{\max}=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_{AB}^2$$

联立解得

$$E_{\max}=22.5\ \text{J}$$